

# Детальное содержание 04-10-2017

3 октября 2017 г. 20:38

- 1) Метрическое пространство
  - a. Диаметр множества.
  - b. Расстояние между множествами.
  - c. Расстояние между множеством и точкой.
  - d. Критерий точки прикосновения в терминах метрики.
  - e. Диаметр множества и его замыкания.
  - f. Внутренняя точка.
  - g. Окрестность точки.
- 2) Предел последовательности.  $\lim x_n = x_0$ . 

X
---
- 3) Топология. Различные способы определения топологии.
  - a. Система открытых множеств (Александров, 1925).
  - b. Система замкнутых множеств.
    - i. Теорема.  $[X] = \bigcap \{Y : Y \supset X, [Y] = Y\}$ .
    - ii. Теорема  $[X \cup Y] = [X] \cup [Y]$ .
  - c. Другой способ определения топологии при помощи операции замыкания  $[\cdot]$  при помощи аксиом замыкания (Куратовский, 1922):
    - i.  $[X \cup Y] = [X] \cup [Y]$ .
    - ii.  $X \subset [X]$ .
    - iii.  $[[X]] = [X]$ .
    - iv.  $[\emptyset] = \emptyset$ .
- 4) Экзотические примеры топологических пространств.
  - a. Топология линейно упорядоченного пространства.
  - b. Топология частично упорядоченного пространства.
  - c. Канторово совершенное множество.
  - d. Трансфинитная прямая.
- 5) База топологии.
  - a. Окрестность точки.
  - b. Окрестности подмножеств.
  - c. Теорема о существовании счетной базы на прямой и в  $\mathbb{R}^n$ .
- 6) Индуцированная топология на подмножестве топологического пространства.
  - a. Подпространство.
  - b. Топология метрического подпространства.
  - c. Эквивалентные метрики.
- 7) Непрерывное отображение метрических и топологических пространств.
  - a. Непрерывность сужения отображения на подпространство.
  - b. Непрерывность декартового произведения пространств
  - c. Непрерывность объединения пространств.
- 8) Различные определения непрерывности отображения:
  - a. Непрерывность по Гейне для направленностей.
- 9) Что такое гомеоморфизм топологических пространств:
  - a. Категорная точка зрения.
  - b. Различные примеры гомеоморфных пространств:
    - a. Гомеоморфность интервалов различной длины, открытого диска и евклидова пространства, открытого диска и открытого куба, замкнутого диска и замкнутого куба.
    - b. Гомеоморфность плоскости без точки  $\mathbb{R}^2 \setminus \{x_0\}$  и открытого круга без точки  $\{(x, y) : 0 < x^2 + y^2 < 1\}$ .
    - c. Гомеоморфность двумерного тора  $T^2$  и декартового произведения окружностей  $S^1 \times S^1$ .

d. Гомеоморфность группы трехмерных специальных ортогональных матриц  $SO(3)$  и трехмерного вещественного проективного пространства  $RP^3$ .

10) Конструкции топологических пространств.

- a. Несвязное объединение.
- b. Декартово произведение.
- c. Декартово произведение эвклидовых пространств.
- d. Сходимость в декартовых произведениях.
- e. График непрерывного отображения.
- f. Замкнутость графика непрерывного отображения.
- g. Тихоновское произведение.
- h. Хаусдорфовость тихоновского произведения.
- i. Фактор топология
- j. Вещественное проективное пространство.
- k. Лента Мебиуса.
- l. Тор.
- m. Бутылка Клейна.
- n. Конусы и цилиндры отображений.
- o. Надстройка.
- p.  $SO(3)$
- q.  $RP^3$  вещественное проективное пространство

11) Аксиомы отделимости

- a.  $T_0, T_1, T_2, T_3, T_4$