Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **1**

1. Метрические пространства. Примеры: числовая прямая, n-мерное евклидово пространство, дискретное пространство, пространство непрерывных функций, пространство измеримых с интегрируемым квадратом функций.

2. Свойства симметрии и косой симметрии тензора кривизны.

Задачи:

1. Описать конфигурационное пространство для твердого стержня в $\mathbf{R}^3$, соединенного шарниром с неподвижной опорой.

2. Доказать, что многообразие M, $\dim M = n$, ориентируемо тогда и только тогда, когда на M существует дифференциальная форма ω ранга n, невырожденная в каждой точке.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **2**

1. Топологические пространства. Подпространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Аксиомы отделимости.

2. Тензор Риччи и скалярная кривизна. Связь с Гауссовой кривизной поверхности.

Задачи:

1. Описать конфигурационное пространство для двузвенного плоского маятника в $\mathbf{R}^2$, соединенного шарниром с неподвижной опорой.

2. Пусть ω — дифференциальная форма ранга 1, нигде не обращающаяся в ноль, а Ω —произвольная форма ранга $p > 0$. Доказать, что форма Ω допускает представление $\Omega = \theta \wedge \omega$ тогда и только тогда, когда $\Omega \wedge \omega = 0$.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **3**

1. Лемма Урысона, Теорема Титце-Урысона. Нормальность метрического пространства.

2. Теорема о независимости параллельного перенесения от кривой при нулевом тензоре кривизны.

Задачи:

1. Описать конфигурационное пространство для двузвенного маятника в $\mathbf{R}^3$, соединенного шарниром с неподвижной опорой.

2. Доказать, что ограничение замкнутой формы на подмногообразие является замкнутой формой.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **4**

1. Связность. Связность непрерывного образа связного пространства.

2. Теорема о приведении метрического тензора к единичной матрице в случае нулевого тензора кривизны поверхности.

Задачи:

1. Описать конфигурационное пространство пары материальных точек в $\mathbf{R}^3$, соединенных твердым стержнем.

2. Доказать, что ограничение точной формы на подмногообразие является точной формой.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **5**

1. Компактность. Компактность непрерывного образа компактного пространства. Компактность декартового произведения компактного пространства. Критерий компактности множества в евклидовом пространстве.

2. Дифференциальный формы и алгебраические операции над ними.

Задачи:

1. Показать, что тензор типа $(1, 1)$, инвариантный относительно ортогональных замен координат, пропорционален тензору δ^i_j.

2. Описать нульмерные когомологии де Рама произвольного гладкого компактного многообразия.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **6**

1. Общее определение многообразия. Атлас, карты, координатные отображения. Функции перехода (склейки). Топологические и гладкие многообразия. Класс гладкости. Аналитические многообразия. Комплексно аналитические многообразия.

2. Внешний дифференциал и его свойства.

Задачи:

1. Показать, что тензор третьей валентности, инвариантный относительно произвольных замен координат, равен нулю.

2. Пусть многообразие M разлагается в несвязное объединение двух многообразий одинаковой размерности, $M = M_1 \sqcup M_2$. Доказать, что $H^p(M) = H^p(M_1) \oplus H^p(M_2)$.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **7**

1. Диффеоморфизм многообразий. Многообразия с краем и без края.

2. Представление дифференциальных форм в локальных координатах.

Задачи:

1. Доказать, что если Γ^i_{jk} — коэффициенты связности, то $\Gamma^i_{jk} - \Gamma^i_{kj}$ является тензором.

2. Вычислить когомологии де Рама многообразий окружности $\mathbf{S}^1$.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **8**

1. Гладкие отображения многообразий. Дифференциал гладкого отображения. Погружения и вложения. Подмногообразия. Ориентируемость и неориентируемость.

2. Прообраз дифференциальной формы при гладком отображении.

Задачи:

1. Доказать, что если Γ^i_{jk}, $\widetilde{\Gamma}^i_{jk}$ — коэффициенты двух связностей, то $\Gamma^i_{jk} - \widetilde{\Gamma}^i_{jk}$ является тензором.

2. Вычислить когомологии де Рама плоскости $\mathbf{R}^2$ с двумя выколотыми точками.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **9**

1. Область в евклидовом пространстве, график гладкой функции, неособая поверхность уровня гладкой функции, - как гладкое многообразие. Связь теоремы о неявной функции с гладкими подмногообразиями.

2. Понятие когомологий гладкого многообразия. Связь с решениями уравнения $dT = S$.

Задачи:

1. Вычислить, на какой угол повернется касательный вектор на прямом круговом конусе в результате параллельного перенесения вдоль замкнутой кривой. Установить зависимость от способа расположения кривой на конусе.

2. Пусть $f : \mathbf{S}^2 \longrightarrow \mathbf{S}^2$ — центральная симметрия. Вычислить степень $\deg f$ отображения f.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **10**

1. Слабая теорема Уитни о вложении многообразий в конечномерное евклидово пространство (с доказательством).

2. Пример: одномерные когомологии эвклидова пространства

Задачи:

1. Вычислить, на какой угол повернется касательный вектор на сфере в результате параллельного перенесения вдоль параллели.

2. Найти степень канонического отображения $\mathbf{S}^{2k+1} \longrightarrow \mathbf{RP}^{2k+1}$.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **11**

1. Касательный вектор. Три его определения. Касательное пространство к гладкому многообразию.

2. Вычисление когомологий окружности.

Задачи:

1. Описать операцию параллельного перенесения по треугольнику на сфере, образованному двумя меридианами и экватором.

2. Привести в явном виде пример отображения $f : \mathbf{S}^n \longrightarrow \mathbf{S}^n$ степени k.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **12**

1. Тензоры, валентность тензоров, сумма, свертка.

2. Независимость прообраза класса когомологий от деформации отображения.

Задачи:

1. Установить зависимость между углом поворота касательного вектора на сфере в результате параллельного перенесения вдоль замкнутой кривой и площадью области, ограниченной этой кривой.

2. Построить гладкое отображение тора $\mathbf{T}^2$ на сферу $\mathbf{S}^2$ степени 1.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **13**

1. Альтернирование и симметрирование тензоров.

2. Лемма Пуанкаре.

Задачи:

1. Показать, что геодезическая линия на двумерной поверхности в эвклидовом пространстве $\mathbf{R}^3$ вполне характеризуется свойством: в каждой точке, где ее кривизна отлична от нуля, нормаль к поверхности коллинеарна с нормалью к кривой.

2. Построить гладкое отображение тора $\mathbf{T}^2$ на сферу $\mathbf{S}^2$ степени k

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **14**

1. Классические примеры тензоров: касательный вектор, градиент функции, функционал на касательном пространстве, скалярное произведение, линейный оператор.

2. Группы когомологий эвклидова пространства.

Задачи:

1. Пусть прямая линия лежит на поверхности в $\mathbf{R}^3$. Доказать, что эта прямая является геодезической линией на поверхности.

2. Доказать, что два гладких отображения $\mathbf{S}^1 \longrightarrow \mathbf{S}^1$ гомотопны тогда и только тогда, когда они имеют одинаковую степень отображения.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **15**

1. Тензорный вид коэффициентов линейной зависимости между тензорами.

2. Понятие интеграла дифференциальной формы по ориентированному многообразию. Независимость интеграла от выбора локальной системы координат.

Задачи:

1. Пусть две поверхности соприкасаются по некоторой линии, которая являются геодезической на одной поверхности. Показать, что эта линия является геодезической и на другой поверхности.

2. Доказать, что два гладких отображения $\mathbf{S}^n \longrightarrow \mathbf{S}^n$ гомотопны тогда и только тогда, когда они имеют одинаковую степень отображения.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **16**

1. Тензорное произведение, тензорная интерпретация следа и детерминанта матрицы.

2. Общая формула Стокса.

Задачи:

1. Пусть две поверхности трансверсально пересекаются по линии,которая является геодезической на каждой из этих поверхностей. Доказать, что эта линия является прямой.

2. Для стандартного вложения тора $\mathbf{T}^2$ в $\mathbf{R}^3$ пусть $f : \mathbf{T}^2 \longrightarrow \mathbf{S}^2$ сопоставляет точке $x \in \mathbf{T}^2$ ее нормаль $f(x) = \mathbf{n}$. Вычислить степень отображения f.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **17**

1. Поднятие и опускание индексов у тензора.

2. Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского.

Задачи:

1. Доказать, что шар $B_\varepsilon(x)$ радиуса ε с центром в точке x некоторого метрического пространства является открытым множеством.

2. Вычислить скалярную кривизну следующего риманового многообразия: тора $\mathbf{T}^2$, вложенного в $\mathbf{C}^2$, задаваемого уравнениями

$$\begin{array}{rcl} |z|^2+|w|^2 &=& 1, \\ |z| &=& |w|; \end{array} \tag{1}$$

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **18**

1. Теорема о представлении тензора в виде суммы тензорных произведений простейших тензоров.

2. Интегралы первого и второго рода в векторном анализе.

Задачи:

1. Пусть $Y_1 \subset X$ и $Y_2 \subset X$ — открытые плотные подмножества. Тогда $Y = Y_1 \cap Y_2$ — открытое плотное подмножество. Показать, что от свойства открытости в задаче нельзя отказаться.

2. Вычислить скалярную кривизну следующего риманового многообразия: прямого кругового конуса;

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **19**

1. Ковариантный градиент векторного поля. Закон изменения коэффициентов связности при замене координат.

2. Объем риманового ориентированного компактного многообразия.

Задачи:

1. Пусть пространства E и F метрические, и E компактно. Пусть отображение $f : E \to F$ является непрерывным отображением "на". Доказать, что F компактно.

2. Вычислить скалярную кривизну следующего риманового многообразия: цилиндра;

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **20**

1. Ковариантный градиент тензорных полей произвольной валентности.

2. Группа гомеоморфизмов, порожденная векторным полем

Задачи:

1. Верно ли, что расстояние между двумя непересекающимися, замкнутыми множествами на плоскости (на прямой) всегда больше 0?

2. Вычислить скалярную кривизну следующего риманового многообразия: сферы $\S^n \subset \mathbf{R}^{n+1}$.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **21**

1. Формулы ковариантной производной по направлению и вдоль кривой.

2. Регулярные точки отображений. Лемма Сарда.

Задачи:

1. Доказать, что для любого компакта $K \subset \mathbf{R}^n$ существует гладкая вещественнозначная функция f, такая, что $K = f^{-1}(0)$.

2. Доказать, что если дифференциальная форма ω имеет порядок p, т.е. $\omega \in \Lambda^p(V^*)$, а вектора $v_1, v_2, \ldots, v_p$ линейно зависимы, то

$$V(v_1, v_2, \ldots, v_p) = 0. \tag{2}$$

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **22**

1. Формула закона преобразования коэффициентов связности при замене координат.

2. Теорема Уитни о вложении компактного многообразия в евклидово пространство.

Задачи:

1. Пусть $G \subset I^1$ — открытое множество на отрезке. Доказать, что G — объединение непересекающихся интервалов.

2. Доказать, что если формы $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_p$ линейно зависимы, то

$$\omega_1 \wedge \omega_2 \wedge \cdots \wedge \omega_p = 0. \tag{3}$$

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **23**

1. Операция параллельного перенесения. Геометрическая интерпретация ковариатной производной.

2. Степень отображения и ее свойства.

Задачи:

1. Доказать, что куб $\{|x_i| \leq 1,\ i = 1,\ 2, \ldots, n\}$ и шар $\{\sum_{i=1}^n x_i^2 \leq 1\}$ гомеоморфны. Доказать, что открытый куб и открытый шар диффеоморфны.

2. Пусть $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_p \in V^*$; $v_1, v_2, \ldots, v_p \in V$. Доказать, что

$$(\omega_1 \wedge \omega_2 \wedge \cdots \wedge \omega_p)\,(v_1, v_2, \ldots, v_p) = \frac{1}{n!} \det \|\omega_i(v_j)\|_{i,j=1}^n. \qquad (4)$$

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **24**

1. Связность, индуцированная на поверхности в эвклидовом пространстве.

2. Основная теорема алгебры.

Задачи:

1. Гомеоморфны ли диск $\mathbf{D}^2$ и сфера $\mathbf{S}^2$?

2. Пусть метрический тензор на ориентированном многообразии задан своими компонентами g_{ij} в локальной системе координат $(x^1, \ldots, x^n)$. Показать, что выражение вида

$$\sqrt{\det(g_{ij})}dx^1 \wedge \cdots \wedge x^n \qquad (5)$$

корректно определяет дифференциальную форму на многообразии.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **25**

1. Симметрическая связность, ассоциированная с римановой метрикой.

2. Выражение интеграла дифференциальной формы через степень отображения.

Задачи:

1. Доказать, что двумерный тор $\mathbf{T}^2$, заданный как поверхность вращения вокруг оси Oz окружности, лежащей в плоскости Oxy и не пересекающейся с осью Oz, является гладким многообразием. Построить атлас карт.

2. Записать дифференциальную форму $\omega = \sqrt{x^2 + y^2}(dx \wedge dy)$ в полярных координатах.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **26**

1. Сохранение длины угла между векторами при параллельном перенесении.

2. Гауссово сферическое отображение.

Задачи:

1. Доказать, что n–мерное проективное пространство $\mathbf{RP}^n$ является гладким (и вещественно-аналитическим) многообразием.

2. Записать дифференциальную форму $\omega = xdx + ydy + zdz$ в сферических координатах.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **27**

1. Геодезические линии, уравнение геодезической.

2. Теорема Гаусса-Боне.

Задачи:

1. Доказать, что n–мерное комплексное проективное пространство $\mathbf{CP}^n$ является гладким (и комплексно-аналитическим) многообразием.

2. Записать дифференциальную форму

$$\omega = \frac{xdy \wedge dz + ydz \wedge dx + zdx \wedge dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

в сферических координатах.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **28**

1. Изометрия. Теорема о сохранении геодезических при изометрии.

2. Уравнение Эйлера для вариационной задачи.

Задачи:

1. Доказать гомеоморфность многообразий $\mathbf{S}^2$ и $\mathbf{CP}^1$.

2. Записать дифференциальную форму $\omega = dx \wedge dy \wedge dz$ в сферических координатах.

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **29**

1. Геодезические на плоскости и сфере. Группы движений прямой, плоскости и сферы.

2. Уравнение экстремалей для функционала действия на римановом многообразии.

Задачи:

1. Доказать, что матричная группа $\mathbf{SL}(n, \mathbf{R})$ является многообразием и допускает структуру гладкого (аналитического) многообразия. Вычислить размерность многообразия и построить атлас карт на нем.

2. Вычислить внешний дифференциал дифференциальной формы $z^2 dx \wedge dy + (z^2 + 2y) dx \wedge dz$;

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова
Механико–математический факультет
Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **30**

1. Псевдосфера. Геодезические на псевдосфере.

2. Уравнение экстремалей для функционала длины.

Задачи:

1. Доказать, что матричная группа $\mathbf{O}(n)$ является многообразием и допускает структуру гладкого (аналитического) многообразия. Вычислить размерность многообразия и построить атлас карт на нем.

2. Вычислить внешний дифференциал дифференциальной формы $13xdx + y^2 dy + xyzdz$;

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Механико–математический факультет

Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **31**

1. Теорема о том, что достаточно близкие точки соединяются единственной геодезической.

2. Выпуклость геодезической окрестности риманова многообразия.

Задачи:

1. Доказать, что матричная группа $\mathbf{GL}(n, \mathbf{C})$ является многообразием и допускает структуру гладкого (аналитического) многообразия. Вычислить размерность многообразия и построить атлас карт на нем.

2. Вычислить внешний дифференциал дифференциальной формы $\frac{xdx+ydy}{x^2+y^2}$;

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.

Московский Государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Механико–математический факультет

Наименование дисциплины: дифференциальная геометрия и топология
(математики, 3-й курс; осенний семестр 2007/08 уч. г.)

Билет №: **32**

1. Тензор кривизны риманового многообразия, формулы тензора кривизны.

2. Локальная минимальность геодезических линий риманова многообразия.

Задачи:

1. Доказать, что матричная группа $\mathbf{U}(n)$ является многообразием и допускает структуру гладкого (аналитического) многообразия. Вычислить размерность многообразия и построить атлас карт на нем.

2. Вычислить внешний дифференциал дифференциальной формы $\frac{ydx-xdy}{x^2+y^2}$;

Заведующий кафедрой _____________

3 января 2008 г.