1972 г. март — апрель *т. XXVII, вып. 2 (164)*
УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

В МОСКОВСКОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБЩЕСТВЕ

ЗАСЕДАНИЯ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

Заседание 19 октября 1971 г.

1. Президент Общества И. Р. Шафаревич сообщает, что премии Общества за 1970 г. присуждены молодым математикам:

Виктору Матвеевичу Бухштаберу и Александру Сергеевичу Мищенко за цикл работ по алгебраической топологии.

Михаилу Леонидовичу Громову за работы «Стабильные отображения слоений в многообразия» и «Изометрические вложения и погружения».

Григорию Вольфовичу Чудновскому за цикл работ по теории моделей, теории множеств и вопросам математической логики, связанным с диофантовыми уравнениями.

2. М. Л. Громов «Препятствия к разрешимости дифференциальных соотношений».

Рассматривается система дифференциальных соотношений — уравнений или неравенств — в гладком расслоеном пространстве. Решения системы — это удовлетворяющие ей секущие поверхности. Если рассмотреть частные производные, на которые налагаются соотношения, как независимые переменные, то система дифференциальных соотношений заменится системой алгебраических соотношений. Неразрешимость последней служит простейшим препятствием к разрешимости системы дифференциальных соотношений. Во многих случаях других препятствий нет (теорема о погружениях Смейла — Хирша и ее обобщения). В других случаях могут существовать препятствия иного рода (теоремы Элиашберга об отображениях с данными особенностями, критерий интегрируемости Ботта, теория Нэша и др.), но, как правило, доминирующим является указанное выше простейшее препятствие.

3. Г. В. Чудновский «Некоторые теоретико-множественные проблемы».

Ряд математических проблем (из теории меры, топологии, алгебры) оказывается тесно связанным с аксиоматической теорией множеств. Некоторые из этих проблем оказываются независимыми, другие приобретают естественную постановку лишь в рамках теории множеств, постулирующей существование «больших» кардиналов (строго недостижимых и т. п.). Описываются классические результаты (Улама, Тарского, Соловая, Сильвера) и полученные недавно решения многих теоретико-множественных проблем. Рассматриваются вопросы о степенях кардиналов, не получившие окончательного решения, хотя прогресс в их исследовании и наметился. Приводятся также новые теоретико-множественные предположения (например, аксиома Мартина), в некотором смысле противоположные континуум-гипотезе, и указываются их следствия: гипотеза Суслина и т. д.

Заседание 26 октября 1971 г.

Совместное заседание Московского математического общества и Ученого совета механико-математического факультета МГУ, посвященное памяти Александра Геннадиевича Куроша (19 января 1908 г.—18 мая 1971 г.).

1. Вступительное слово П. С. Александрова.

2. О. Н. Головин «О работах А. Г. Куроша по теории групп».

3. Т. М. Баранович «О работах А. Г. Куроша по теории категорий и универсальным алгебрам».

4. Л. А. Скорняков «О работах А. Г. Куроша по теории колец и теории структур».

Заседание 2 ноября 1971 г.

1. В. М. Бухштабер «Формальные группы Ли в аппарате алгебраической топологии».

Метод и результаты теории формальных групп Ли проникли в алгебраическую топологию. Это стало возможным благодаря обобщенным теориям когомологий, обладающим богатым кольцом скаляров. В первую очередь здесь нужно отметить теорию комплексных кобордизмов; естественно возникающая в ней формальная группа над кольцом кобордизмов комплексных многообразий оказалась изоморфной универсальной группе Лазара. Изучение кольца кобордизмов комплексных симплектических многообразий привело к выделению нового алгебраического объекта — многозначных групп, закон умножения в которых задается алгебраическими функциями над кольцами формальных рядов. В докладе было рассказано, какие следствия дает тесная связь теории кобордизмов с теорией формальных групп Ли.

2. А. С. Мищенко «Формулы Хирцебруха в гладкой топологии».

Хирцебрух ввел определенное рациональное выражение от характеристических классов Понтрягина многообразия, называемое теперь классом Хирцебруха. Ограничение этого класса на фундаментальный цикл равняется сигнатуре многообразия (формула Хирцебруха) и, следовательно, является целым числом. Это соотношение играет огромную роль при изучении и классификации гладких структур на многообразиях. В докладе было рассказано о различных обобщениях формулы Хирцебруха в применении к гладкой топологии. В частности, описаны все рациональные характеристические числа неодносвязного многообразия, являющиеся гомотопическими инвариантами.

3. Избрание почетных членов Общества.

В результате обсуждения и тайного голосования почетными членами Общества избраны:

Николай Николаевич Боголюбов,

Израиль Моисеевич Гельфанд,

Петр Сергеевич Новиков.

Заседание 16 ноября 1971 г.

1. Ж. Лере (Франция) «Асимптотические решения типа Маслова для уравнений Шредингера и Дирака».

В. П. Маслов построил приближенные решения для одного уравнения с частными производными. В докладе эта конструкция с некоторыми уточнениями была проведена для системы уравнений. Она включает в себя исследование топологических свойств подмногообразий соответствующего фазового пространства, так называемых лагранжевых многообразий. Точность приближенного решения зависит от величины малого параметра. Эллиптические уравнения, определяющие собственные функции уравнения Шредингера и Дирака, в которых роль малого параметра играет постоянная Планка, показывают трудности, которые возникают при применении этого метода, а также его интерес; в этом случае лагранжевы многообразия являются трехмерными торами, зависящими от трех целых «квантовых» чисел, характеризующих точное решение уравнений. Таким образом, приближенные решения количественно уточняют соответствие между волновой и корпускулярной механикой.

Заседание 23 ноября 1971 г.

1. А. Н. Колмогоров «Сложность задания и сложность построения математических объектов».

1°. При организации машинных вычислений приходится иметь дело с оценками а) сложности программы, б) используемого объема памяти, в) длительности вычисления. Доклад посвящен группе работ, где аналогичные понятия употребляются несколько более отвлеченным образом.

2°. В 1964—1965 гг. было замечено, что минимальная длина $K(x)$ двоичной записи программы, задающей построение объекта x, может быть определена инвариантно с точностью до аддитивной константы (Соломонов, А. Н. Колмогоров). Это позволило сделать понятие *сложности определения* $K(x)$ конструктивных математических объектов исходным пунктом нового изложения основ теории информации (А. Н. Колмогоров, Левин) и теории вероятностей (А. Н. Колмогоров, Мартин Леф, Шнорр Левин).

3°. Труднее освободить от связи с техническими особенностями специальных видов «машин» характеристики «необходимого объема памяти», или «необходимой длительности работы». Но некоторые результаты можно извлечь уже из аксиоматической «машинно-независимой» теории широкого класса аналогичных характеристик (Блюм, 1967). Пусть $\Pi(p)$ — некая характеристика «сложности построения» объекта $x = A(p)$ по программе p, а $\Lambda(p)$ обозначает длину программы p. Формула $K^n\Pi(x) = \inf(\Lambda(p)\colon x = A(p), \Pi(p) = n)$ определяет «n-сложность определения» объекта x (при невыполнимости условия нижняя грань считается бесконечной).

4°. Теорема Бардзиня о сложности $K(M_a)$ начальных отрезков M_a перечислимого множества натуральных чисел (1968) и результаты Бардзиня, Кановича и Петри, относящиеся к соответствующим сложностям $K^n\Pi(M_a)$, имеют общематематический интерес, так как проливают некоторый новый свет на роль выходов за пределы ранее употребляемой формализации в развитии математики. Обзор состояния очерченной выше проблематики был сделан в форме, свободной от обременительного технического аппарата.

Заседание 30 ноября 1971 г.

1. А. И. Кострикин «Простые группы конечного порядка».

Чем больше мы знаем о конечных простых группах, тем более сложной и интересной представляется проблема их полной классификации. Открытие за последние годы четырнадцати новых изолированных простых групп, свидетельствующее равно как об успехах теории, так и о ее трудностях, есть лишь побочный продукт интенсивной деятельности по описанию обширных классов простых групп. В качестве примера можно указать на конечные формы алгебраических простых групп, системы Титса, квадратичные пары Дж. Томпсона и на группы с заданными централизаторами инволюций. В докладе речь шла не только о систематизации накопленных фактов (в полной мере это сделать затруднительно), но и о более простых модельных задачах, на которых удобна иллюстрация развитых методов на уровне, доступном неспециалисту.

2. Секретарь Общества сообщает, что к опубликованию в УМН в разделе «Сообщения ММО» приняты следующие статьи:

1°. П. Д. Ахмедова «Секвенциально непрерывные линейные функционалы в строгих индуктивных пределах последовательностей пространств Фреше».

2°. Ю. А. Брудный «О перестановке гладкой функции».

3°. Ю. Л. Далецкий и Н. И. Тетерина «Мультипликативные стохастические интегралы».

4°. Д. Н. Дудин «Теория распределений на гильбертовом пространстве».

5°. Т. Х. Еникеева «О задаче Коши для эволюционного уравнения».

6°. У. Кнауэр «Эквивалентность Мориты полугрупп».

7°. Н. Б. Левина «О гомоморфизмах алгебр $W\langle\alpha\rangle$ от нескольких переменных».

8°. Т. В. Локоть «О слоениях коразмерности 1 с тривиальной группой голономий».

9°. М. А. Ольшанецкий «Функции Грина для оператора Лапласа — Бельтрами на симметрических пространствах».

10°. О. Г. Смолянов «Несколько результатов о совершенно полных и наследственно полных пространствах».

11°. В. И. Фейгин «Эллиптические уравнения в областях с многомерными особенностями границы».

Кроме того, к публикации приняты следующие резюме докладов, представленных Правлению:

1°. Т. В. Локоть «О некоторых свойствах слоений коразмерности 1 с тривиальными группами голономий».

В работе [1] слоению Γ коразмерности 1 класса C^2 с тривиальными группами голономий на компактном связном многообразии M^n сопоставляется некоторая прямая в линейном пространстве $H^1(M^n, R)$, называемая классом вращения слоения Γ.

Теорема 1. *Слои слоения Γ тогда и только тогда компактны, когда класс вращения содержит рациональный коцикл.*

Теорема 2. *Если на M^n существует замкнутая и невырожденная 1-форма класса C^2 и $\dim H^1(M^n, R) \geqslant 2$, то на M^n существует континуум топологически различных слоений коразмерности 1 класса C^2 с тривиальными группами голономий.*

ЛИТЕРАТУРА

[1] Т. В. Локоть, О слоениях коразмерности 1 с тривиальными группами голономий, УМН 27:2 (164) (1972), 177—178.

2°. Ю. С. Осипов «Геометрическая интерпретация задачи Кеплера».

Ю. Мозер [1] рассматривает, следуя идее Фока, фазовый поток регуляризованной кеплеровой задачи на поверхности постоянной отрицательной энергии как геодезический поток на сфере. Ниже дана геометрическая интерпретация всей задачи в целом. Пусть M_h-подобласть в $\mathbf{R}^n \bigcup \{\infty\}$, определяемая условием $|x|^2-2h>0$ $(x \in \mathbf{R}^n,\ h \in \mathbf{R})$ и рассматриваемая как риманово многообразие с метрикой $ds^2=\left(\sum dx_i^2\right)/(|x|^2-2h)^2$. При подходящем выборе координат в TM_h, геодезический поток описывается каноническими уравнениями

$$\frac{dx}{ds}=\frac{\partial F}{\partial y}, \quad \frac{dy}{\partial s}=-\frac{\partial F}{\partial x}, \tag{1}$$

с гамильтонианом $F=\frac{1}{4}(|x|^2-2h)^2|y|^2$, причем многообразие единичных касательных к M_h векторов, на котором действует геодезический поток, выделяется в TM_h равенством $F=1$.

Теорема. *Заменой времени* $t=2\int |y|\,ds$ *геодезический покок на многообразии* M_h, *определяемый системой* (1), *переводится в фазовый поток кеплеровой задачи на многообразии* $H(y, x)=h$, *где*

$$H(y, x)=\frac{|x|^2}{2}-\frac{1}{|y|}=\frac{1}{|y|}\left(\sqrt{F(x, y)}-1\right)+h.$$

Остается заметить, что в упоминавшейся метрике многообразие M_h имеет постоянную кривизну $-2h$, и изометрично, таким образом, n-мерным: сфере при $h<0$, эвклидову пространству при $h=0$ и пространству Лобачевского при $h>0$.

Приятно отметить тот факт, что фазовый поток в кеплеровой задаче при постоянной энергии $h>0$, может быть получен заменой времени из Y-потока. Вытекающие отсюда следствия будут рассмотрены отдельно.

ЛИТЕРАТУРА

[1] J. Moser, Regularisation of Kepler's Problem and the Averaging Method on a Manifold, Comm. Pure Appl. Math. 23:4 (1970), 609—636.

Заседание 7 декабря 1971 г.

1. Выдвижение кандидатов на соискание Государственной премии за 1972 г.

В результате обсуждения и тайного голосования были выдвинуты следующие кандидаты:

Дмитрий Викторович Аносов за работу «Геодезические потоки на замкнутых римановых многообразиях отрицательной кривизны», опубликованную в 1967 г.

Николай Михайлович Коробов за цикл работ «Исследования по теории чисел и ее приложениям к приближенному анализу», опубликованных в 1958—1970 гг.

Юрий Владимирович Матиясевич за цикл работ «Диофантово представление перечислимых предикатов», опубликованных в 1970—1971 гг.

2. Секретарь Общества сообщает, что к опубликованию УМН в разделе «Сообщения ММО» приняты следующие статьи:

1°. В. С. Афраймович, Л. П. Шильников «Об особых траекториях динамических систем».

2°. Э. Г. Белага «Об одной интерпретации 4-раскраски плоского графа».

3°. М. З. Берколайко «О некоторых подпространствах пространств H^0_φ».

4°. А. М. Вершик «Устройство ручных разбиений».

5°. Е. А. Горин «О некоторых алгебраических уравнениях с голоморфными коэффициентами».

6°. И. В. Каменев «Об интегральном сравнении двух линейных дифференциальных уравнений второго порядка».

7°. В. Ф. Лазуткин «Существование континуума замкнутых инвариантных кривых для выпуклого биллиарда».

8°. В. Я. Лин «О представлениях групп кос перестановками».

9°. А. Н. Лифшиц «О гомологиях динамических систем».

10°. Т. В. Локоть «Топологическая классификация слоений коразмерности 1 с тривиальными группами голономий класса C^2 на трехмерном торе».

11°. Д. Г. Мартиросян «Предельная теорема Пуассона для числа пересечений нулевого уровня гауссовского стационарного процесса».

12°. В. Я. Минский «Краевые задачи для неоднородного эллиптического дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в полупространстве».

13°. М. Е. Новодворский «О представлениях некоторых адельных групп».

14°. М. А. Ольшанецкий «Об асимптотике сферических функций».

15°. Б. Л. Розовский «Стохастические дифференциальные уравнения в частных производных, возникающие в задачах нелинейной фильтрации».

16°. Д. А. Силаев «Продолжение T-периодического пограничного слоя».

17°. И. В. Шрагин «Об операторе Немыцкого, порожденном некаратеодориевой функцией».

18°. М. И. Эскин «Краевые задачи для переопределенной системы двух уравнений в гладкой области».

Заседание 14 декабря 1971 г.

Заседание, посвященное 150-летию со дня рождения П. Л. Чебышёва.

1. Б. Н. Делоне «О жизни П. Л. Чебышёва и его работах по теории простых чисел».

2. А. Н. Колмогоров «О работах П. Л. Чебышёва по теории вероятностей».

3. А. Г. Витушкин «Работы П. Л. Чебышёва и некоторые задачи теории приближений последних лет».