ПРОГРАММА
курса "Дифференциальная геометрия и топология

(математики, 3-й курс, лектор - А.С.Мищенко)
Осенний семестр 2004/05 уч. года

30 октября 2004 г.

1. Тензоры, валентность тензоров, сумма, свертка.
2. Альтернирование и симметрирование тензоров.
3. Классические примеры тензоров, градиент функции, функционал, скалярное произведение, линенйный оператор.
4. Тензорный вид коэффициентов линейной зависимости между тензорами.
5. Тензорное произведение, тензорная интерпретация следа и детерминанта матрицы.
6. Поднятие и опускание индексов у тензора.
7. Теорема о представлении тензора в виде суммы тензорных произведений простейших тензоров.
8. Тезорный характер операций векторного и смешанного произведений векторов в R^3 .
9. Ковариантный градиент векторного поля. Закон изменения коэффициентов связности при замене координат.
10. Ковариантный градиент тензорных полей произвольной валентности.
11. Формулы ковариантной производной по направлению и вдоль кривой.
12. Формула закона преобразования коэффиициентов связности при заменене координат.
13. Операция параллельного перенесения.
14. Геометрическая интерпретация ковариатной производной.

15. Связность на поврехности в евклидовом пространстве.
16. Симметрическая связность, ассоциированная с римановой метрикой.
17. Сохранение длины угла между векторами при параллельном перенесении.
18. Геодезические линии, уранение геодезической.
19. Изометрия. Теорема о сохранении гедезических при изометрии.
20. Геодезические на плоскости и сфере. Группы движений прямой, плоскости и сферы.
21. Псевдосфера. Геодезические на псевдосфере.
22. Теорема о том, что достаточно близкие точки соединяются единственной геодезической.
23. Тензор кривизны риманового многообразия, формулы тензора кривизны.
24. Свойства симметрии и косой симметрии тензора кривизны.
25. Тензор Риччи и скалярная кривизна. Связь с Гауссовой кривизной поверхности.
26. Теорема о независимости параллельного перенесения от кривой при нулевом тензоре кривизны.
27. Теорема о приведении метрического тензора к единичной матрице в случае нулевогоо тензора кривизны поверхноости.
28. Дифференциальный формы и алгебраические операции над ними.
29. Внешний дифференциал и его свойства.
30. Представление дифференциальных форм в локальных координатах.
31. Прообраз диффренциальной формы при гладком отображении.
32. Понятие когомологий гладкого многообразия. Связь с решениями уравнения $dT = S$.
33. Вычисление когомологий окружности.
34. Независимость прообраза класса когомологий от деформации отображения.
35. Лемма Пуанкаре.
36. Группы когомологий евклидвого пространства.

37. Понятие n-мерного многообразия, карты, атлас карт.
38. Гладкие многообразия. Гладкие функции и отображения.
39. Теорема о существовании разбиения единицы.
40. Способы задания многообразия.
41. Теорема Уитни о вложении многообразия в евклидово пространство.
42. Понятие ориентированного многообразия с краем. Ориентация края гладкого ориетированного многообразия.
43. Ориетируемость многообразия S^1, S^2 ,S^n ,T^2.
44. Ориетируемость комплексно-аналитических многообразий.
45. Понятие интеграла дифференциальной формы по ориентированному многообразию. Независимость интеграла от выбора локальной системы координат.
46. Общая формула Стокса.
47. Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского.
48. Интегралы первого и второго рода в векторном анализе.
49. Объем риманового ориентированного компактного многообразия.
50. Регулярные точки отображений. Лемма Сарда.
51. Теорема Уитни о вложении компактного многообразия в евклидово пространство.
52. Степень отображения и ее свойства.
53. Группа гомеоморфизмов, порожденная векторным полем
54. Выражение интеграла дифференциальной формы через степень отображения.
55. Гауссово сферическое отображение.
56. Теорема Гаусса-Боне.
57. Уравнение Эйлера для вариационной задачи.
58. Уравнение экстремалей для функционала действия на римановом многообразии.
59. Уравнение экстремалей для функционала длины.

Список литературы

[1] А. С. Мищенко и А. Т. Фоменко. *Курс дифференциальной геометрии и топологии.* Университетский учебник. Факторил Пресс, Москва, 2000.

[2] А. С. Мищенко и А. Т. Фоменко. *Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии.* Классический университетский учебник. Физматлит, Москва, 2004.

[3] А. С. Мищенко, Ю. П. Соловьев, и А. Т. Фоменко. *Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии.* Физматлит, Москва, 2-е, перераб. и доп. изд., 2004.