Программа курса "Прикладные проблемы геометрии"

лектор Мищенко А.С.
весенний семестр, 2002 г., 5-й курс

1. Конфигурационное пространство. Примеры нетривиальных конфигурационных пространств: плоский маятник, пространственный маятник, двузвенный плоский маятник, твердое тело с закрепленной точкой.
2. Фазовое пространство, примеры.
3. Касательное расслоение.
4. Вариационные задачи, уравнения Эйлера.
5. Определение симплектического пространства M, $\dim M = 2n$.
6. Симплектическая форма ω на симплектическом пространстве, ее свойства.
7. Функция Гамильтона, система уравнений Гамильтона.
8. Косой градиент функции, скобка Пуассона
9. Первый интеграл.
10. Векторные поля и их обобщения - распределения плоскостей.
11. Теорема Фробениуса. Несколько формулировок.
12. Приведение симплектической формы к каноническому виду. Теорема Дарбу.
13. Коммутирующие векторные поля и группы диффеморфизмов
14. Конечномерные алгебры Ли векторных полей и группы диффеоморфизмов
15. Теорема Неттер о симметриях и первых интегралах
16. Теорема Лиувилля о полной интегрируемости гамильтоновых систем
17. Некоммутативная версия полной интегрируемости
18. Пример интегрируемости динамики твердого тела с закрепленной точкой

19. Понятие дифференциального оператора на многообразии, главный символ оператора

20. Псевдодифференциальныне операторы (ПДО) на многообразиях

21. Соболевские нормы и ограниченность ПДО в соболевских пространствах

22. Теорема вложения Соболева (о компактности вложения собролевских пространств)

23. Компактные и фредгольмовы операторы

24. Индекс фредгольмова оператора и его свойства

25. Альтернатива Фредгольма

26. Обощение эллиптической задачи на случай векторных расслоений

27. Трактовка эллиптичности в терминах векторных расслоений

28. Гомологическая формула Атья-Зингера для вычисления индекса эллиптического оператора

Список литературы

[1] Хирш М. *Дифференциальная топология.* Мир, М., 1979.

[2] Том Р. Некоторые свойства "в целом"дифференцируемых многообразий. In *Расслоенные пространства и их приложения*, pages 293 – 351. ИЛ, М., 1958.

[3] Трофимов В.В. и Фоменко А.Т. *Алгебра и геометрия интегрируемых гамильтоновых дифференциальных уравнений.* Факториал, М., 1995.

[4] Арнольд В.И., Козлов В.В., и Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики. In *Итоги науки и техники*, number 3 in Современные проблемы математики. Фундаментальные направления, Динамические системы, pages 9 – 43. ВИНИТИ, 1985.

[5] А. С. Мищенко. *Векторные расслоения и их приложения.* Наука, М., 1984.