

П.Г. Гриневич

# “Римановы поверхности”

## Программа курса

1. Риманова поверхность алгебраической функции. [2], глава 1; [3].
2. Аналитическое продолжение голоморфной функции вдоль кривой. Риманова поверхность аналитической функции. [1], глава III; [2], глава 3.
3. Риманова поверхность функции, допускающей аналитическое продолжение вдоль любой кривой на плоскости с выброшенным дискретным множеством точек. Точки ветвления, их кратность. [3]; [1], глава III; [2], глава 3.
4. Компатификация римановых поверхностей с конечным числом листов и конечным числом точек ветвления. Локальные параметры вблизи регулярных точек и точек ветвления (конечных и бесконечных).
5. Топологическая классификация компактных римановых поверхностей. Род римановой поверхности. [2], глава 5.
6. Риманова поверхность как результат склейки сторон  $4g$ -угольника. [2], глава 5; [6], глава 2.
7. Циклы на компактных ориентируемых двумерных многообразиях. Канонический базис. Индекс пересечения. Когомологии де Рама компактных ориентируемых двумерных многообразий. [2], глава 5
8. Функции, векторные поля и дифференциалы на римановой поверхности. Пример: Функции, векторные поля и дифференциалы на гиперэллиптической поверхности, [2], глава 10.

9. Гильбертово пространство дифференциалов на компактных римановых поверхностях  $\mathcal{L}(\Gamma)$ . Разложение  $\mathcal{L}(\Gamma) = E \oplus E^* \oplus H$ , где  $E$ -пространство точных дифференциалов,  $E^*$ -пространство коточных дифференциалов,  $H$ -пространство гармонических дифференциалов. Оператор сглаживания, гладкость элементов из  $H$ . [2], глава 7.
10. Теоремы существования для голоморфных и мероморфных дифференциалов. [2], глава 8.
11. Пространство Тейхмюллера и пространство модулей для торов. [5], глава 2.
12. Билинейные соотношения Римана. [2], глава 10; [6], глава 2.
13. Канонический базис дифференциалов. [6] глава 2.
14. Теорема Римана-Роха. [2], глава 10; [4], лекция 5.
15. Матрица Римана, ее симметрия и положительность мнимой части. [2], глава 10; [6] глава 2.
16. Преобразование Абеля, якобиан кривой. [6] глава 2.
17. Тета-функции Римана. [6] глава 1; [7]; [8]; [9].
18. Решение задачи об обращении преобразования Абеля. Вектор римановых констант. [6]; [7]; [8].

## Список литературы

- [1] Шабат Б.В. “Введение в комплексный анализ”, т.1.
- [2] Спрингер Дж., “Введение в теорию римановых поверхностей” — М.: ИЛ, 1960.
- [3] Алексеев В.Б., “Теорема Абеля в задачах и решениях” — М.: МЦНМО., 2001.
- [4] Львовский С.М., Спец.курс. Римановы поверхности: <https://math.hse.ru/spec-riman>.

- [5] Ахиезер Н.И., “Элементы теории эллиптических функций”, М.: Наука, 1970.
- [6] Дубровин Б.А., “Тэта-функции и нелинейные уравнения”, *УМН*, **36**:2(218) (1981), 11–80
- [7] Д. Мамфорд, *Лекции о тэта-функциях*, М.: Мир, 1988, 448 с.
- [8] Fay J. D., “Theta functions on Riemann surfaces”, Lecture Notes in Math., 352, Springer-Verlag, Berlin–New York, 1973.
- [9] E. D. Belokolos, A. I. Bobenko, V. Z. Enolskii, A. R. Its, V. B. Matveev, *Algebro-geometric approach to nonlinear integrable equations*, Springer Ser. Nonlinear Dynam., Springer-Verlag, Berlin, 1994.