

- (1) Линейное пространство. Определение, примеры. Линейная оболочка. Аффинное пространство.
- (2) Линейное подпространство. Линейное многообразие. Факторпространство. Теорема о сумме размерностей подпространства и факторпространства.
- (3) Линейная (не)зависимость системы векторов. Ранг системы векторов. Размерность. Базис. Координаты.
- (4) Пересечение и сумма подпространств. Теорема об их размерностях. Прямая сумма подпространств. Внешняя прямая сумма.
- (5) Двойственное пространство. Двойственный базис. Пример: двойственное пространство к пространству многочленов степени не выше n и его базис.
- (6) Изоморфизм линейных пространств. Изоморфность линейных пространств одинаковой размерности. Второе двойственное пространство. Канонический изоморфизм между пространством и его вторым двойственным.
- (7) Евклидовы и эрмитовы пространства. Неравенство Коши–Буняковского и неравенство треугольника.
- (8) Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Ортогональное дополнение. Проекция и ортогональная составляющая.
- (9) Расстояние от вектора до подпространства, угол между вектором и подпространством. Метод наименьших квадратов. Псевдорешение.
- (10) Ортогональные (унитарные) матрицы. Разложение невырожденной матрицы в произведение ортогональной (унитарной) на верхнетреугольную.
- (11) Определитель Грама. Объем n -мерного параллелепипеда. Критерий невырожденности матрицы Грама.
- (12) Линейные отображения. Ядро и образ линейного отображения. Теорема о сумме размерностей ядра и образа. Матрица линейного отображения. Зависимость от базисов.
- (13) Линейные операторы. Ядро и образ оператора. Инвариантное подпространство. Ограничение оператора и фактор-оператор. Вид матрицы оператора, обладающего инвариантным подпространством.
- (14) (Не)вырожденные операторы. Собственные значения и собственные векторы. Существование нетривиальных инвариантных подпространств в случае алгебраически замкнутого поля.
- (15) Операторы проектирования. Их алгебраическая и геометрическая характеристика.
- (16) Многочлены от операторов. Аннулирующий многочлен. Минимальный многочлен. Характеристический многочлен. Их корни.
- (17) Присоединенные векторы. Корневые подпространства. Стабилизация ядер степеней оператора.
- (18) Теорема Гамильтона–Кэли.
- (19) Теорема о разложении в прямую сумму корневых подпространств (для случая алгебраически замкнутого поля).
- (20) Теорема Жордана о приведении к нормальной форме.
- (21) Единственность Жордановой формы.
- (22) Овеществление и комплексификация линейных пространств и операторов.
- (23) Существование одномерных или двумерных инвариантных подпространств у операторов в вещественных линейных пространствах.
- (24) Сопряженный оператор. Единственность. Существование. Инвариантность подпространств и их ортогональных дополнений относительно оператора и его сопряженного.
- (25) Самосопряженные и кососимметрические операторы, их канонический вид.
- (26) Нормальные операторы, связь нормальности с диагонализируемостью. Одновременное приведение к каноническому виду двух самосопряженных операторов.
- (27) Операторы, сохраняющие скалярное произведение. Изометрии. Канонический вид унитарного оператора.
- (28) Канонический вид ортогонального оператора.
- (29) Неотрицательные операторы. Квадратный корень из неотрицательного оператора.
- (30) Полярное разложение операторов.

- (31) Билинейные, полуторалинейные, квадратичные функции. Правое и левое ядро. Невырожденность.
- (32) Матрица билинейной (полуторалинейной) функции, ее изменение при заменах базиса. (Косо)симметричные и (косо)эрмитовы функции.
- (33) Ортогональное дополнение относительно (косо)симметричной билинейной (эрмитовой полуторалинейной) функции. Его размерность. Сумма подпространства и его ортогонального дополнения. Второе ортогональное дополнение.
- (34) Нормальный вид (косо)симметричных билинейных функций в вещественных и комплексных линейных пространствах, эрмитовых полуторалинейных функций.
- (35) Теорема инерции.
- (36) Теорема Якоби. Критерий Сильвестра.
- (37) Операторы, сохраняющие невырожденную (косо)симметричную билинейную (эрмитову полуторалинейную) функцию. Соответствующие группы. Описание группы $O(1, 1)$.
- (38) Изотропные подпространства в симплектическом пространстве. Лагранжевы подпространства. Существование для любого изотропного подпространства содержащего его лагранжева подпространства.
- (39) Существование дополнительного лагранжева подпространства для любого лагранжева подпространства в симплектическом пространстве.
- (40) Канонический изоморфизм между билинейными функциями и линейными операторами в евклидовом пространстве. Приведение симметрической билинейной функции к каноническому виду в евклидовом пространстве.
- (41) Канонический вид квадратичной функции и принцип минимакса.
- (42) Приведение пары квадратичных функций к диагональному виду. Обобщенный характеристический многочлен. Теорема об одновременном приведении одной квадратичной функции к каноническому виду, а другой (положительно определенной) – к нормальному виду.
- (43) Тензоры. Полилинейные функции. Примеры. Тензорное произведение тензоров. Базис в пространстве тензоров.
- (44) Свертка тензоров. Поднятие и опускание индексов в случае евклидова пространства.
- (45) Симметрические и кососимметрические тензоры. Симметризация и альтернирование как проекторы.
- (46) Внешнее умножение кососимметрических тензоров, его свойства.
- (47) Базис в пространстве кососимметрических тензоров.
- (48) Приводимость кососимметрических тензоров.