

## Первая часть

1. Теоретико-множественные операции – объединение, пересечение, разность. Свойства операций, законы де Моргана.
2. Упорядочение, линейное упорядочение. Аксиома выбора. Лемма Куратовского - Цорна.
3. Равномощность множеств. Неравномощность множества и семейства его подмножеств. Теорема Кантора–Бернштейна о равномощных множествах.
4. Топологические пространства. Сравнение топологий. Подпространство. База топологии. Предбаза топологии.
5. Метрические пространства. Топология метрического пространства.
6. Замыкание, внутренность и граница подмножества. Точки прикосновения, внутренние, граничные и предельные точки подмножества.
7. Непрерывные отображения топологических пространств. Непрерывные отображения метрических пространств.
8. Гомеоморфизм. Примеры гомеоморфных пространств.
9. Предел последовательности; единственность предела; сходящаяся подпоследовательность. Сжимающие отображения.
10. Непрерывность отображения в точке. Предел отображения по Коши. Предел отображения по Гейне. Непрерывность по Коши и по Гейне.
11. Свойства непрерывных отображений; сужение непрерывного отображения; замкнутость графика непрерывного отображения.
12. Аксиомы отделимости. Хаусдорфовость, регулярность, нормальность. Сохранение аксиом отделимости произведениями. Нормальность метризуемого пространства.
13. Компактные пространства. Нормальность хаусдорфова компактного пространства. Непрерывная биекция компактного пространства на хаусдорфово пространство — гомеоморфизм.

14. Лемма Урысона; разбиение единицы.
15. Метризуемые пространства. Метризуемость суммы и счетного произведения метризуемых пространств
16. Теорема Урысона о метризуемости.
17. Тихоновская топология произведения. Произведение отображений, его непрерывность.
18. Лемма Александера; теорема Тихонова о компактности декартовых произведений компактов. Критерий компактности подмножеств евклидовых пространств.
19. Связность и линейная связность. Компоненты связности. Связность линейно связных пространств.

#### Вторая часть

20. Категория топологических пространств и непрерывных отображений. Гомотопии, гомотопность отображений, гомотопическая эквивалентность пространств.
21. Определение фундаментальной группы, проверка аксиом, зависимость от отмеченной точки.
22. Индуцированный непрерывным отображением гомоморфизм фундаментальных групп; независимость от гомотопического класса отображения; независимость от гомотопического типа пространства.
23. Накрывающие пространства; морфизмы накрывающих пространств; категория накрытий над фиксированным пространством. Все морфизмы в этой категории являются накрытиями (теорема).
24. Поднятия отображения для накрытий; лемма о совпадении поднятий.
25. Поднятие путей и гомотопий. Мономорфность фундаментальной группы при накрытии.
26. Задача поднятия отображения; необходимое и достаточное условия поднятия отображения в накрывающее пространство.

27. Действие фундаментальной группы на прообразе базисной точки. Слой – как однородное пространство фундаментальной группы; стабилизатор.
28. Продолжение авторморфизма слоя до морфизма накрытия; классификация накрытий и их автоморфизмов.
29. Универсальное накрытие – существование и единственность.
30. Построение накрытия по классу сопряженных подгрупп фундаментальной группы.
31. Фундаментальная группа окружности. Ретракция; теорема Брауэра.
32. Теорема Борсука-Улама.
33. Комплексный многочлен как накрытие вне конечного множества точек; основная теорема алгебры.
34. Свободное произведение групп; теорема Зейферта - Ван Кампена (для букета двух пространств).
35. Графы и их фундаментальная группа; свободные группы.
36. Двумерные клеточные комплексы; задание фундаментальной группы образующими и соотношениями.
37. фундаментальные группы двумерных поверхностей.

## Список литературы

- [1] В.В.Федорчук, *Введение в топологию*, М., МГУ, 2012
- [2] О.Я.Виро и др. *Элементарная топология*, М., Изд. МЦНМО, 2008
- [3] Александров П.С. *Введение в теорию множеств и общую топологию*, "Наука Москва, 1977
- [4] Р.Энгелькинг, *Общая топология*, М., "МИР 1966
- [5] Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. *Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии*, Москва, 2000

- [6] У. Масси, Дж. Столлингс *Алгебраическая топология. Введение*  
Москва, 1977
- [7] Allen Hatcher, *Algebraic Topology*, 2000.