

**Программа курса «Введение в топологию»,
2-й курс, 2-й поток, осень 2016 г.**

Лектор – чл.-корр. РАН, проф. А.А. Гайфуллин

1. Топологические пространства. Эквивалентное определение топологии в терминах замкнутых множеств. База и предбаза топологии. Примеры. Критерий того, что система подмножеств является базой/предбазой некоторой топологии.
2. Замыкание, внутренность, граница, внутренние точки и точки соприкосновения подмножества топологического пространства. Индуцированная топология на подмножестве.
3. Непрерывные отображения. Непрерывность отображения в точке. Эквивалентность непрерывности и непрерывности во всех точках. Гомеоморфизм.
4. Аксиомы отделимости. Эквивалентность аксиомы (T1) замкнутости одноточечных подмножеств. Хаусдорфовы, регулярные и нормальные топологические пространства. Примеры.
5. Метрические пространства. Метрическая топология. Нормальность метрического пространства.
6. Пространства со счётной базой. Теорема Линделёфа. Нормальность регулярного пространства со счётной базой.
7. Лемма Урысона о функциональной отделимости.
8. Метризуемость нормального пространства со счётной базой.
9. Теорема Титце-Урысона о продолжении непрерывных функций.
10. Компактные топологические пространства. Компактные подмножества. Нормальность компактного хаусдорфова пространства.
11. Секвенциальная компактность. Равносильность компактности и секвенциальной компактности для пространств со счётной базой.
12. Прямое произведение семейства топологических пространств. Критерий непрерывности отображения в прямое произведение.
13. Частично упорядоченные множества. Лемма Цорна (без доказательства). Теорема Тихонова о компактности прямого произведения.
14. Фактортопология. Нормальность факторпространства нормального топологического пространства по замкнутому разбиению.
15. Приклеивание топологического пространства по непрерывному отображению его подмножества. Конечные клеточные комплексы. Примеры. Нормальность и компактность конечных клеточных комплексов.
16. Связность и линейная связность топологических пространств. Связность линейно связного пространства.
17. Гомотопия отображений. Гомотопическая эквивалентность пространств. Стягиваемые топологические пространства. Теорема о клеточной аппроксимации (без доказательства).
18. Фундаментальная группа топологического пространства.

19. Изоморфность фундаментальных групп с разными отмеченными точками.
20. Гомоморфизм фундаментальных групп, индуцированный непрерывным отображением. Гомоморфизмы, индуцированные гомотопными отображениями.
21. Теорема о том, что гомотопическая эквивалентность индуцирует изоморфизм фундаментальных групп.
22. Накрытия: определение и примеры. Лемма о поднятии пути.
23. Теорема о накрывающей гомотопии. Фундаментальная группа накрывающего пространства.
24. Существование универсального накрытия «хорошего» топологического пространства.
25. Эквивалентность накрытий. Автоморфизмы накрытия. Группа автоморфизмов универсального накрытия.
26. Классификация накрытий над «хорошим» топологическим пространством.
27. Вычисление фундаментальной группы окружности.
28. Отсутствие ретракции двумерного диска на его граничную окружность. Теорема Брауэра о неподвижной точке. Отсутствие на двумерном диске векторного поля без особых точек, направленного наружу на границе.