

Программа (список вопросов) курса по геометрии и топологии – 4. (2022/23 учебный год, спецпоток)

- (1) Компактность, хаусдорфовость. Лемма Лебега. Непрерывное взаимно однозначное отображение компактного пространства на хаусдорфово
- (2) Фактор-топология, факторпространства. Топология произведения.
- (3) Направленности. Предельные точки и компактность.
- (4) Теорема Тихонова.
- (5) Компактно-открытая топология. Связь с топологией произведения. Метрика. Отображение  $C(X \times Y, Z) \rightarrow C(X, C(Y, Z))$ .
- (6) Теорема Вейерштрасса об аппроксимации. Теорема Стоуна–Вейерштрасса.
- (7) Гомотопия. Гомотопическая эквивалентность. Стягиваемость.
- (8) Клеточные пространства. Операция приклеивания клетки.
- (9) Ретракция. Свойство продолжения гомотопии для клеточных пар. Следствие для факторпространства по стягиваемому подпространству.
- (10) Теорема о клеточной аппроксимации. Гомотопическая тривиальность отображений из сферы в сферу большей размерности.
- (11) Гомотопия петель. Произведение петель, его свойства.
- (12) Фундаментальная группа пространства с отмеченной точкой. Её поведение при отображениях. Связь с гомотопией и гомотопической эквивалентностью.
- (13) Зависимость фундаментальной группы от отмеченной точки.
- (14) Фундаментальная группа окружности. Несуществование ретракции двумерного диска на край, теорема Брауэра о неподвижной точке, основная теорема алгебры.
- (15) Свободное произведение групп. Свободная группа. Задание группы образующими и соотношениями.
- (16) Теорема ван Кампена.
- (17) Задание фундаментальной группы клеточного пространства образующими и соотношениями.
- (18) Накрытия. Примеры. Свойство поднятия путей.
- (19) Свойство поднятия гомотопии. Существование и единственность накрывающей гомотопии для накрытий.
- (20) Гомоморфизм фундаментальных групп, индуцированный отображением накрытия. Теорема о поднятии отображений для накрытий.
- (21) Универсальное накрытие.
- (22) Классификация накрытий подгруппами в фундаментальной группе.
- (23) Фундаментальная группа графа. Теорема Нильсена–Шрайера.
- (24) Внешние формы на многообразии. Дифференциал.
- (25) Когомологии де Рама. Конструкция индуцированного отображения.
- (26) Гомотопическая инвариантность когомологий де Рама.
- (27) Когомологии (ко)цепного комплекса. Граничное отображение. Точность последовательности когомологий, здпдпной короткой точной последовательностью комплексов.
- (28) Точность последовательности внешних форм, связанной с покрытием пространства двумя открытыми множествами. Теорема Майера–Виеториса. Когомологии сфер.
- (29) Теорема Сарда (без доказательства). Регулярные значения. Степень отображения. Теорема о гомотопической инвариантности степени.
- (30) Локально тривиальные расслоения. Тривиальные расслоения и тривиализации. Пулбэк расслоения.
- (31) Расслоения над цилиндром. Изоморфность пулбэков при гомотопии.
- (32) Векторные расслоения. Классификация векторных расслоений над надстройкой.