

**Вопросы к коллоквиуму по аналитической геометрии,
осень 2013 г.**

Лектор – д.ф.-м.н. А.А. Гайфуллин

1. Закреплённые и свободные векторы. Операции сложения векторов и умножения вектора на число, их свойства.
2. Линейная зависимость векторов. Необходимые и достаточные условия линейной зависимости двух, трёх и четырёх векторов.
3. Базисы. Разложение вектора по базису. Аффинная система координат. Деление отрезка в данном отношении.
4. Скалярное произведение векторов. Его основные свойства. Формула для вычисления ортогональной проекции одного вектора на прямую, параллельную другому вектору.
5. Формулы для скалярного произведения в ортонормированном и неортонормированном базисах. Матрица Грама.
6. Два класса базисов на плоскости. Ориентация плоскости. Ориентированная площадь параллелограмма, её свойства.
7. Два класса базисов в пространстве (без доказательства). Ориентация пространства. Векторное и смешанное произведения векторов. Ориентированный объём параллелепипеда.
8. Основные свойства векторного и смешанного произведений. Формулы для них в ортонормированном базисе. Формула двойного векторного произведения и тождество Якоби.
9. Виды уравнений прямой на плоскости. Переходы между разными видами уравнений. Условие параллельности вектора и прямой.
10. Формулы для расстояния от точки до прямой и для угла между двумя прямыми в прямоугольных координатах на плоскости.
11. Виды уравнений плоскости в пространстве. Переходы между разными видами уравнений. Условие параллельности вектора и плоскости.
12. Формулы для расстояния от точки до плоскости и для угла между двумя плоскостями в прямоугольных координатах.
13. Полуплоскости и полупространства, их задание линейными неравенствами.
14. Пучки прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Условие принадлежности трёх прямых (плоскостей) одному пучку.
15. Прямая в пространстве. Параметрическое и каноническое уравнения. Уравнение прямой пересечения двух плоскостей.
16. Формулы для расстояния от точки до прямой, для расстояния между скрещивающимися прямыми и для углов между прямыми и плоскостями в прямоугольных координатах.
17. Замены аффинных координат. Матрица перехода от одного репера к другому. Формулы для преобразований координат точек и векторов при переходе к другому реперу.
18. Связь между матрицами Грама двух базисов и матрицей перехода между ними.
19. Ортогональные матрицы, их характеристика как матриц перехода между ортонормированными базисами. Ортогональные матрицы 2×2 .
20. Углы Эйлера. Ортогональные матрицы 3×3 с определителем 1.

21. Полярные, сферические и цилиндрические координаты. Формулы, связывающие их с прямоугольными координатами.
22. Аффинные преобразования плоскости и пространства. Их задание в координатах. Матрица аффинного преобразования. Преобразование векторов под действием аффинного преобразования.
23. Изменение матрицы аффинного преобразования при замене координат.
24. Изометрические преобразования плоскости и пространства, их матрицы. Классификация изометрических преобразований плоскости (теорема Шаля).
25. Лемма о наличии у изометрического преобразования пространства собственного вектора с собственным значением 1 или -1.
26. Классификация изометрических преобразований пространства.