

Специальные послойно мультипликативные роды Хирцебруха.
Особые алгебраические многообразия и эллиптические когомологии.

В.М.Бухштабер, Е.Ю.Нетай (МИАН им. В.А.Стеклова)

Род Хирцебруха L называется комплексным F -мультипликативным (далее для краткости F -мультипликативным), если $L[M] = L[F]L[B]$ для любого расслоения $p: M \rightarrow B$ со слоем F , где p – отображение стабильно комплексных многообразий.

Известно, что род L является F -мультипликативным для любого стабильно комплексного многообразия тогда и только тогда, когда он задаётся классическим χ_y -родом комплексных многообразий. В частности, задаёт род Тодда, сигнатуру, эйлерову характеристику.

F -мультипликативный род L называется специальным, если $L[F] = 0$.

За последние 20 лет теория комплексных кобордизмов нашла новые приложения в проблеме алгебро-топологических инвариантов особых алгебраических многообразий. Как показал Burt Totaro, важную роль в этом играют специальные F -мультипликативные роды, где F – стабильно комплексные многообразия, диффеоморфные комплексным проективным пространствам $CP(n)$. Теория таких родов оказалась тесно связанной с теорией функций на семействах эллиптических кривых. В настоящее время здесь наиболее известным является род Кричевера, задаваемый функцией Бейкера–Ахиезера, который является универсальным специальным $CP(3)_*$ -мультипликативным родом, где $CP(3)_*$ – это $CP(3)$ с канонической $SU(2)$ -структурой. Частным случаем рода Кричевера является знаменитый род Ошанина, задаваемый эллиптическим синусом Якоби.

Недавно в наших работах был построен универсальный специальный $CP(2)$ -мультипликативный род. Он представляет собой двухпараметрическое семейство эллиптических родов, в которое не входит род Ошанина. Получен явный вид соответствующей формальной группы и, в качестве следствия, построена эллиптическая теория когомологий с кольцом скаляров $\mathbb{Z}_{(2)}[a, b]$, где $\mathbb{Z}_{(2)}$ – кольцо целых 2-адических чисел, $\deg a = -2$, $\deg b = -6$.

Неожиданным и важным оказалось то, что наш специальный $CP(2)$ -мультипликативный род реализуется в виде рода Кричевера, то есть является также специальным $CP(3)_*$ -мультипликативным родом.