Контрпример Мабийяра-Вагнера-Фрика к топологической гипотезе Тверберга. А. Скопенков

Теорема Радона утверждает: *любые $d+2$ точки в $\mathbb{R}^d$ можно разбить на два множества, выпуклые оболочки которых пересекаются.* Ее и теорему Борсука-Улама обобщает теорема Тверберга: *любые $(d+1)(r-1)+1$ точки в $\mathbb{R}^d$ можно разбить на r множеств, выпуклые оболочки которых имеют общую точку.*

Топологическая гипотеза Тверберга. *Для любых целых $r, d > 0$ и непрерывного отображения $(d+1)(r-1)$-мерного симплекса в $\mathbb{R}^d$ существуют r попарно непересекающиеся граней симплекса, образы которых имеют общую точку.*

Эта гипотеза доказана в случае, когда r — степень простого. В докладе будет рассказано о контрпримере для произвольного r, анонсированном в 2015 году. Он основан на следующих результатах.

Отображение $f : K \to \mathbb{R}^m$ из комплекса K называется *r-почти вложением*, если f-образы любых r попарно непересекающихся симплексов не имеют общей точки.

Отображение $f : K \to \mathbb{R}^{rk}$ комплекса K размерности $(r-1)k$ называется *r-почти $\mathbb{Z}$-вложением*, если f-образы любых r попарно непересекающихся симплексов пересекаются в нулевом числе точек с учетом знака, для некоторых (или, эквивалентно, для любых) ориентаций на этих симплексах.

Теорема Озайдина. *Пусть r не степень простого. Тогда любой $(r-1)k$-мерный комплекс r-почти $\mathbb{Z}$-вложим в $\mathbb{R}^{rk}$.*

Теорема Мабийяра-Вагнера. *Если $k \geq 3$ и $(r-1)k$-мерный комплекс r-почти $\mathbb{Z}$-вложим в $\mathbb{R}^{rk}$, то он почти $\mathbb{Z}$-вложимым в $\mathbb{R}^{rk}$.*

Доказательство теоремы Мабийяра-Вагнера основано на обобщении трюка Уитни для точек кратности r.