

Классификация вещественных алгебр Ли с орбитами коприсоединенного представления общего положения малых размерностей

Горев Борис Викторович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: gorev-bv@rambler.ru

Задача классификации вещественных алгебр Ли с орбитами коприсоединенного представления общего положения размерности два возникла применительно к теории интегрируемых систем на двойственных пространствах к конечномерным алгебрам Ли. К такого рода системам, например, относится система, описывающая движение твердого тела вокруг центра масс в отсутствии внешних полей (эта система записывается на пространстве, двойственном к $so(3)$). Задача была решена в работе [2] и А.Ю.Коняевым в работе [1].

А.Ю. Коняевым была доказана теорема, которая для данной работы является мотивационной:

Теорема: Пусть \mathfrak{g} - алгебра Ли коиндекса четыре и $\mathfrak{s} +_{\rho} \mathfrak{t}$ - ее разложение Леви. Тогда возможны два варианта:

1) Разложение тривиально;

2) Если разложение не тривиально, то \mathfrak{s} изоморфно $sl(2)$, а \mathfrak{t} - разрешимая алгебра Ли коиндекса два.

Результаты статей [3] и [4] говорят следующее: определим число m - максимальная размерность коммутативной подалгебры в алгебре Ли. Если алгебра Ли комплексная и разрешимая, то для нее найдется коммутативный идеал размерности m , то есть той же размерности что и максимум размерностей коммутативных алгебр. Возьмем такой идеал и централизатор регулярного элемента, у которого та же размерность, то есть m .

В докладе описаны некоторые результаты классификации вещественных алгебр Ли размерности ≥ 8 с четырехмерными орбитами. При этом предполагается, что идеал не совпадает с централизатором всех регулярных элементов. То есть хотя бы для одного элемента пересечение его централизатора с идеалом не совпадает ни с одним из этих двух множеств. Кроме того, предполагается, что идеал имеет коразмерность три, а размерность централизатора равна четырем.

Источники и литература

- 1) Коняев А.Ю. Классификация вещественных алгебр Ли с двумерными орбитами коприсоединенного представления общего положения, 2013.
- 2) Arnal D., Cahen .M, and Ludwig J. Lie groups whose roadjoint orbits are diiiiieision smaller or equal to two // Lett. Math. Phys. 33 (1995), no. 2, pp. 183-186.
- 3) Burde D., Ceballos M. Abelian Ideals of Maximal Dimension for Solvable Lie Algebras // Journal of Lie Theory 22 (2012), no. 35 pp. 741-756.
- 4) Ceballos M., Towers D.A. On abelian subalgebras and ideals of maximal dimension insupersolvable Lie algebras // Journal of Pure and Applied Algebra 218 (2014), pp. 497-503.