С. И. Максименко (Институт математики НАН Украины)
Стабилизаторы и орбиты гладких функций на поверхностях.

Пусть M — гладкая связная компактная поверхность, P — числовая прямая, или окружность. Рассмотрим правое действие группы диффеоморфизмов $\mathrm{Diff}(M)$ на пространстве гладких отображений $C^\infty(M,P)$:

$$h \cdot f = f \circ h.$$

Тогда для каждого отображения $f : M \to P$ можно определить его стабилизатор $S(f)$ и орбиту $O(f)$ относительно этого действия. Пусть $S_{id}(f)$ — тождественная компонента связности $S(f)$ и $O_f(f)$ — компонента связности орбиты $O(f)$ содержащая f.

Цель доклада описать гомотопический тип компонент связности $S_{id}(f)$ и $O_f(f)$ для широкого класса гладких функций с изолированными особенностями.

Теорема. Предположим, что $f : M \to P$ обладает следующими двумя свойствами:

а) f принимает постоянные значения на компонентах края M и все критические точки f лежат во внутренности M;

б) в каждой критической точке z отображение f эквивалентно однородному многочлену двух переменных без кратных множителей.

Тогда

1) В каждом из следующих случаев $S_{\mathrm{id}}(f)$ стягиваема:

(i) M неориентируема,

(ii) M ориентируема и f имеет хоть одну критическую точку, не являющуюся локальным экстремумом

(iii) M ориентируема, все критические точки f — локальные экстремумы (тогда их не более 2), их 2 и оба они вырождены.

Во всех остальных случаях, $S_{\mathrm{id}}(f)$ гомотопически эквивалентна окружности.

2) Предположим, что $S_{\mathrm{id}}(f)$ стягиваема. Тогда $\pi_n O_f(f) = \pi_n M$, для $n \geq 3$, $\pi_2 O_f(f) = 0$, а для $\pi_1 O_f(f)$ имеет место точная последовательность

$$1 \to \pi_1 \mathrm{Diff}(M) \oplus \mathbb{Z}^k \to \pi_1 O_f(f) \to G \to 1,$$

для некоторого $k \geq 0$, и конечной группы G. В частности, $O_f(f)$ асферична для всех поверхностей кроме сферы и проективной плоскости.