

Секция «Математика и механика»

**Поверхность, содержащая семейство прямых и семейство окружностей,
является квадрикой или плоскостью**

Нилов Фёдор Константинович

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: nilovfk@mail.ru

Изучение поверхностей, содержащих семейства кривых некоторого заданного типа, имеет важное применение в архитектуре. Если на поверхности есть два семейства кривых достаточно простого типа (например, прямые или окружности), причём кривые из разных семейств пересекаются, то для такой поверхности можно легко изготовить решётчатый каркас, выбрав в каждом семействе конечное число представителей и закрепив все точки пересечения кривых. Ярким примером решётчатого каркаса, состоящего из прямых и окружностей, являются гиперболоидальные конструкции В.Г.Шухова, которые широко применяются при конструировании телебашен, высотных зданий, градирней тепловых электростанций. Существуют ли нетривиальные поверхности, отличные от однополостного гиперболоида, которые содержат семейства прямых и окружностей?

В данной работе совместно с М.Б. Скопенковым доказана теорема, дающая отрицательный ответ на этот вопрос.

Теорема 1. *Поверхность в R^3 , содержащая семейство прямых и семейство окружностей, является квадрикой или плоскостью.*

Интересно, что в C^3 аналог данной теоремы не выполняется. Контрпримером является поверхность $(x^2 + y^2 + z^2 + z)^2 + 2(x + iy)(x^2 + y^2 + z^2 - z) + (x + iy)^2 = 0$, содержащая семейство окружностей и семейство прямых.

Рассмотрим две проблемы, близкие к изучаемому вопросу.

Проблема 2 (Дарбу). *Описать все поверхности в R^3 , содержащие 2 семейства окружностей.*

Эта проблема не решена до сих пор. Известна следующая теорема.

Теорема 3. *Поверхность в R^3 , содержащая два семейства прямых, является квадрикой или плоскостью.*