

Инварианты Жордана-Кронекера и наборы в биинволюции некоторых классов алгебр Ли

Научный руководитель – Ошемков Андрей Александрович

Ворушилов Константин Сергеевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: bfgodisback@gmail.com

Согласованные пуассоновы структуры являются одними из важнейших объектов изучения в теории интегрируемых систем. Известно, что с помощью пары согласованных скобок Пуассона удалось построить полный набор интегралов для многих гамильтоновых систем. Интересным в данном контексте является вопрос о возможности построения биинтегрируемой системы для данной пары согласованных скобок. В некоторых случаях данный вопрос решен положительно; оказалось, что это напрямую связано с алгебраическим устройством пучка скобок Пуассона. Однако в общем случае ответ на этот вопрос неизвестен.

Мы будем рассматривать случай пары естественно возникающих скобок Пуассона на двойственных пространствах к алгебрам Ли: скобку Ли-Пуассона и скобку с “замороженным аргументом”. Важную роль в исследованиях подобных систем имеет метод сдвига аргумента, предложенный А. С. Мищенко и А. Т. Фоменко в [1]. С помощью данного метода удалось построить полный коммутативный набор полиномов на многих алгебрах Ли. Более того, оказалось, что построенные таким образом наборы находятся в инволюции относительно обеих пуассоновых структур. На основе этих исследований А. С. Мищенко и А. Т. Фоменко была выдвинута гипотеза о возможности построения полного набора полиномов в инволюции на любой алгебре Ли над полем комплексных чисел. Гипотеза была доказана С. Т. Садэтовым в 2004 году, но наборы, построенные методом Садэтова не всегда являются наборами в биинволюции. Была сформулирована следующая гипотеза (см. [2]):

ОБОБЩЕННАЯ ГИПОТЕЗА МИЩЕНКО–ФОМЕНКО.

На двойственном пространстве \mathfrak{g}^ любой алгебры Ли \mathfrak{g} существует полный набор полиномов в биинволюции, т.е. в инволюции как относительно скобки Ли-Пуассона \mathcal{A}_x , так и относительно скобки с замороженным аргументом \mathcal{A}_a , где $a \in \mathfrak{g}^*$ — регулярный элемент.*

В [2] была установлена связь между возможностью построения таких наборов для некоторых классов алгебр Ли и алгебраическим типом пучка $\mathcal{A}_x + \lambda \mathcal{A}_a$. Под алгебраическим типом понимается количество и типы блоков в блочно-диагональном разложении пары кососимметричных форм в точке общего положения; такое разложение существует согласно так называемой теореме Жордана-Кронекера. Инвариантами Жордана-Кронекера алгебры Ли называются целочисленные характеристики, описывающие алгебраический тип пучка общего положения на алгебре Ли.

В докладе будут представлены результаты, связанные с построением наборов в биинволюции и вычислением инвариантов Жордана-Кронекера для алгебр Ли размерности 7 из списка [3], а также для борелевских подалгебр классических алгебр Ли $\mathfrak{sp}(n)$ и $\mathfrak{so}(n)$.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-27001.

Источники и литература

- 1) А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко, Уравнения Эйлера на конечномерных группах Ли, Изв. АН СССР. **42** (2), 396–415 (1978).
- 2) A.V. Bolsinov, P. Zhang, Jordan–Kronecker invariants of finite-dimensional Lie algebras, Transform. Groups **21** (1), 51–86 (2016).
- 3) Ming-Peng Gong, Classification of Nilpotent Lie Algebras of Dimension 7 (over Algebraically Closed Field and \mathbb{R}), UWSpace, 1998, published online, <http://hdl.handle.net/10012/1148>