

Исследование топологии слоений Лиувилля интегрируемого бильярда в невыпуклых областях.

Москвин Виктор Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: aoshi.k68@gmail.com

Бильярдная задача (бильярд) — динамическая система, описывающая движение материальной точки внутри области с естественным абсолютно упругим отражением на границе (угол падения равен углу отражения). В книге С.Л. Табачникова [1] дан обзор современных исследований бильярдов. Топология совместных поверхностей уровня интегралов описывается с помощью теории А.Т. Фоменко [2], которая в случае полных потоков изложена в книге Болсинова–Фоменко [2]. В настоящей работе исследуются плоские бильярды, потоки в которых не являются полными в следствие наличия невыпуклых углов на границе области. Как было показано В. Драгович и М. Раднович [4-6] почти для всех значений интеграла в таких бильярдах совместная поверхность уровня интегралов будет сферой с ручками и проколами. В этой работе представлено описание двумерных комплексов, являющихся прообразами критического значения интеграла $\Lambda = b$, а также описание трехмерных окрестностей этого комплекса для некоторого класса таких бильярдов.

Основным инструментом исследования топологии комплекса $M = \Lambda^{-1}(b - \varepsilon, b + \varepsilon)$ бильярда будет разбиение бильярда Ω на элементарные бильярды, топология окрестности особого слоя для которых уже изучена. Введем определение такого разбиения и наложим на него естественные ограничения:

Определение 1. Назовем набор $\Omega_1, \dots, \Omega_n$ допустимым разбиением бильярда Ω на элементарные бильярды, если он удовлетворяет следующим условиям:

1. $\cup_{i=1}^n \Omega_i = \Omega$, где $i = 1 \dots n$;
2. $\Omega_i \cap \Omega_j$ состоит только из сегментов границы бильярда Ω и содержит хотя бы одну особую точку.

Теорема 1. Пусть Ω — плоский односвязный бильярд произвольной сложности. $\Omega_1, \dots, \Omega_N$ — одно из допустимых разбиений Ω . Тогда существует алгоритм по которому G , двумерный особый слой атома M , склеивается из двумерных особых слоев разрезанных седловых атомов бильярдов Ω_i .

Теорема 2. Пусть Ω — плоский односвязный бильярд произвольной сложности и $\Omega_1, \dots, \Omega_n$ — одно из допустимых разбиений Ω , причем все Ω_i имеют одинаковый тип. Тогда алгоритмически строится отображение f , сопоставляющее набору двумерных разрезанных атомов $((\tilde{P}_1^2, \tilde{K}_1), \dots, (\tilde{P}_n^2, \tilde{K}_n))$ трехмерный атом M .

Работа выполнена при поддержке Программы Президента РФ поддержки ведущих научных школ (грант НШ-6399.2018.1, соглашение № 075-02-2018-867).

Источники и литература

- 1) С.\,Л.\~Табачников. Геометрия и бильярды. М.-Ижевск:НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2011.

- 2) А.\,В.~Болсинов, А.\,Т.~Фоменко. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Ижевск НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 1999. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Т.1

Иллюстрации

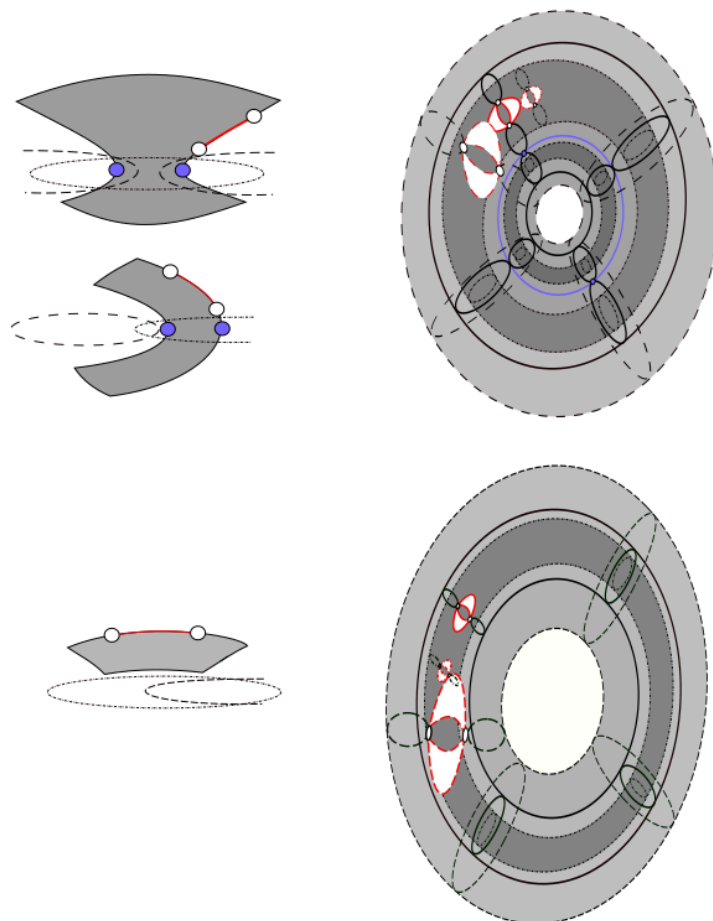


Рис. 1. Естественно разрезанные седловые атомы.