Секция «Геометрия и топология»

Раскраски с линейной структурой и полиномы типа Александера

Казаков Антон Александрович
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва, Россия
E-mail: anton.kazakov.4@mail.ru

Определим, следующий, алгебраический объект:

Определение 1. Множество G называется квандлом, если оно снабжено бинарной операцией $*$, которая удовлетворяет следующим аксиомам:

1. $\forall a \in G : a * a = a$
2. $\forall a, b \in G\ \exists! x \in G : x * a = b$
3. $\forall a, b, c \in G : (a * b) * c = (a * c) * (b * c)$

Пример: $a * b = ta + (1 - t)b$ - квандл Александера.

Введение такого алгебраического объекта связано с тем, что аксиомы квандла согласованы с движениями Рейдемейстера, поэтому квандлы могут служить инструментом построения весьма сильных инвариантов узлов [1]. Более точно, мы будем рассматривать раскраски дуг ориентированной диаграммы D узла K элементами фиксированного квандла G. Будем говорить, что раскраска является допустимой, если на перекрестках диаграммы узла K выполнены некоторые специальные условия согласования (рис.1). Множество всех допустимых раскрасок диаграммы узла является эффективным инвариантом узла, изучение которого имеет также глубокую физическую мотивацию [1]. Другой подход построения инвариантов узлов с помощью раскрасок состоит в изучении минимальных допустимых соотношений, необходимых для того, чтобы некоторая раскраска элементами квандла G была допустимой [2]. В докладе будут рассказано об изучении таких соотношений для раскрасок диаграммы узла специальным линейным квандлом - квандлом Александера. Будут показано, как с помощью таких соотношений строить инвариантные полиномы типа полинома Александера для классических узлов и 2-узлов (двумерного аналога классических узлов в четырехмерном пространстве), также будет рассказано о понятии локализации раскраски и построения инвариантов узлов с помощью него.

Источники и литература

1) Carter J. et al. Quandle cohomology and state-sum invariants of knotted curves and surfaces //Transactions of the American Mathematical Society. – 2003. – Т. 355. – №. 10. – С. 3947-3989.
2) Harary F., Kauffman L. H. Knots and graphs I—Arc graphs and colorings //Advances in Applied Mathematics. – 1999. – Т. 22. – №. 3. – С. 312-337.
3) L. H. Kauffman Knot Theory World Scientific, Singapore (1991)
4) Gügümcü N., Nelson S. Biquandle coloring invariants of knotoids //arXiv preprint arXiv:1803.11308. – 2018.

Иллюстрации

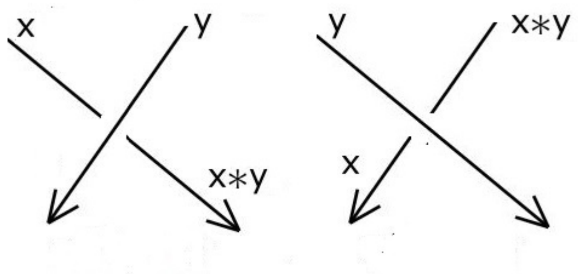

Рис. 1. Условия согласования

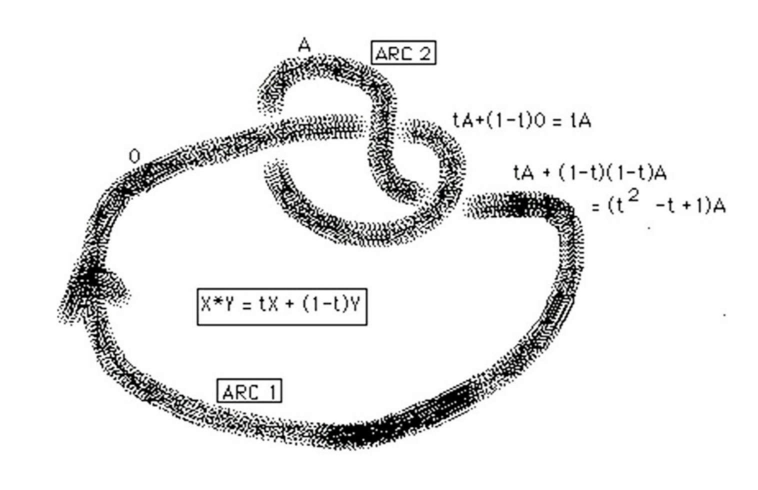

Рис. 2. Построение полинома Александера для трилистника