

Кубические комплексы и группы преобразований димерных покрытий

Научный руководитель – Веснин Андрей Юрьевич

Рожков Дмитрий Сергеевич

Студент (магистр)

Новосибирский государственный университет, Механико-математический факультет,
Новосибирск, Россия

E-mail: rozhkovchess@mail.ru

В теории графов *паросочетания* изучаются обычно с точки зрения числовых инвариантов графов. В работе [2] В.Г.Тураев предложил новый подход к изучению паросочетаний: с каждым паросочетанием в графе он связал группу, называемую *группой паросочетания* $\pi_A(\Gamma)$. Группа паросочетания отнесенная к *совершенному паросочетанию*, также называемому *димерным покрытием*, называется *группой димеров*.

В.Г.Тураев показал, что группа димеров имеет естественное описание на языке алгебраической топологии – она может быть определена как фундаментальная группа некоторого *кубического комплекса неположительной кривизны*.

Мы исследовали вопрос о наличии соотношений в группе димеров. Из теории CAT(0)-пространств известно, что плоские торы в пространстве неположительной кривизны соответствуют абелевым подгруппам фундаментальной группы. Более точно [1], если X – компактное пространство неположительной кривизны и $\pi_1(X)$ содержит абелеву подгруппу G ранга $k > 1$, то X содержит выпуклое подмножество, изометричное k – мерному плоскому тору.

Получены следующие результаты. Для *комплексов димеров* некоторых графов дано комбинаторное описание подмножества, отвечающего абелевой подгруппе ранга два, которое гомотопически эквивалентно двумерному тору. Доказано, что для любого графа без петель наличие такого подмножества в комплексе димеров является достаточным условием для того, чтобы группа димеров не была свободной. Более того, если граф является *графом квадратной решетки*, то данное условие является также необходимым.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-41-02006).

Источники и литература

- 1) Бураго Д. Ю., Бураго Ю. Д., Иванов С. В. Курс метрической геометрии – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 512 с.
- 2) Turaev V. G. Matching groups and gliding systems // Journal of Geometry and Physics 81 (2014) 128–144.