

**Кривизна Риччи взвешенного дерева****Рублёва Ольга Владимировна***Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
 Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и  
 приложений, Москва, Россия

*E-mail: rubeva-olga91@mail.ru*

Классическая кривизна Риччи играет важную роль в геометрическом анализе римановых многообразий. В дифференциальной геометрии получено много результатов для многообразий с неотрицательной кривизной Риччи и для многообразий, чья кривизна Риччи ограничена снизу. Недавно, в связи со знаменитыми работами Г. Перельмана о потоках Риччи и гипотезе Пуанкаре, возрос интерес к кривизне Риччи. Понятие кривизны Риччи для метрических пространств общего вида впервые возникло в работах Бакри и Эмери. В 2009 году Оливье дал определение грубой кривизны Риччи на цепях Маркова, которое можно использовать для метрических пространств, порожденных графами. Чанг и Яу впервые ввели определение кривизны Риччи для графов в 1996 году. А в 2011 году Лин, Лу и Яу модифицировали определение Оливье для кривизны Риччи цепей Маркова на метрических пространствах. В докладе понятие кривизны Риччи обобщается на случай взвешенных графов, получена формула, вычисляющая кривизну Риччи между любыми двумя вершинами дерева, и некоторые следствия из нее. В частности, оказывается, что структура бинарного дерева с постоянной весовой функцией может быть восстановлена по матрице попарных кривизн Риччи между вершинами этого дерева.

**Теорема 1.** Пусть  $(G, \omega)$ ,  $G = (V, E)$  — взвешенное дерево с весовой функцией  $\omega$ . Тогда кривизна Риччи между любыми вершинами дерева  $G$  вычисляется по следующей формуле:

$$k(x, y) = \frac{1}{d(x, y)} \left( \frac{1}{\deg(x)} \sum_{z \sim x} k_z d(z, x) + \frac{1}{\deg(y)} \sum_{z \sim y} k_z d(z, y) \right),$$

где  $k_z = 1$ , если ребро  $zx$  входит в путь  $xy$ , и  $-1$ , если не входит.

**Источники и литература**

- 1) Y. Lin, L. Y. Lu and S.T. Yau, Ricci curvature of graphs, Tohoku Mathematical Journal, Vol. 63(605-627), 2011.
- 2) Y. Ollivier, Ricci curvature of Markov chains on metric spaces, J.Funct.Anal.256(3)(2009), 810-864.

**Слова благодарности**

Автор выражает благодарность д.ф.-м.н. А. О. Иванову и д.ф.-м.н. А. А. Тужилину за постановку задач и помощь в работе. Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ, проект НШ-581.2014.1, гранта РФФИ проект РФФИ 13-01-00664а.