

Секция «Математика и механика»

Топология интегрируемого случая Горячева в динамике твёрдого тела

Николаенко Станислав Сергеевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: nikostas@mail.ru

Рассматривается один из случаев интегрируемости уравнений Кирхгофа, обнаруженный Д.Н. Горячевым [2]. Соответствующая гамильтонова система задаётся на коалгебре $e(3)^*$ (со структурой скобки Ли-Пуассона) гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2}(s_1^2 + s_2^2 + 2s_3^2) + \frac{c}{2}(r_1^2 - r_2^2) + \frac{b}{2r_3^2}.$$

На 4-мерном симплектическом листе эта система имеет две степени свободы и обладает дополнительным интегралом, являющимся полиномом четвёртой степени.

В [4] для данной задачи был получен уравнения типа Абеля–Якоби. Также была исследована фазовая топология системы, построена бифуркационная диаграмма, описаны бифуркации лиувилевых торov.

В настоящем докладе предполагается рассказать о том, как устроена топология системы Горячева на неособых изоэнергетических поверхностях с точностью до лиувилевой эквивалентности. Ответ на этот вопрос даётся инвариантом Фоменко–Цишанга (так называемой меченой молекулой) [1, 5]. Оказывается, в рассматриваемой задаче возникает два типа молекул. Молекула первого типа имеет простейший вид и встречается во многих интегрируемых задачах динамики твёрдого тела, молекула второго типа (содержащая седловую особенность) возникает в интегрируемом случае Жуковского.

При стремлении к нулю параметра b в гамильтониане задача Горячева переходит в ещё одну известную задачу динамики твёрдого тела – случай Чаплыгина, уже исследованный ранее [3]. Как оказалось, при таком предельном переходе некоторые топологические характеристики системы (такие как вид бифуркационной диаграммы) сохраняются, другие же (например, перестройки торov Лиувилля) претерпевают изменения.

Литература

1. Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Ижевск: Издательский дом “Удмуртский университет”, 1999.
2. Горячев Д.Н. Новые случаи интегрируемости динамических уравнений Эйлера // Известия Варшавского университета. 1916. No. 3. С. 1-13.
3. Николаенко С.С. Топологическая классификация систем Чаплыгина в динамике твёрдого тела в жидкости // Математический сборник. 2014. Т. 205. No. 2. С. 1-46.
4. Рябов П.Е. Явное интегрирование и топология случая Д.Н. Горячева // Доклады академии наук. 2011. Т. 439. No. 3. С. 315-318.

5. Фоменко А.Т., Цишанг Х. Топологический инвариант и критерий эквивалентности интегрируемых гамильтоновых систем с двумя степенями свободы // Известия АН СССР. 1990. Т. 54. No. 3. С. 546-575.