Секция «Математика и механика»

Комплексные структуры на момент-угол многообразиях

Устиновский Юрий Михайлович
Студент
МГУ, механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: yuraust@gmail.com

Имеется конструкция [1, 7.1], впервые введенная в работах М. Дэвиса и Т. Янушкевича [2], позволяющая по каждому многограннику построить топологическое пространство Z_P, снабженное естественным действием тора T^m, при этом простота многогранника P влечет наличие на этом пространстве структуры гладкого многообразия, называемого момент-угол многообразием. Замечательным свойством момент-угол многообразий является то, что всякое проективное торическое многообразие X_P над простым многогранником P получается факторизацией пространства Z_P по почти свободному действию некоторой торической подгруппы T^r в T^m. Таким образом, момент-угол многообразия могут восприниматься как компактные аналоги квазиаффинных многообразий, возникающих в конструкции Кокса.

В работах Л. Меерссмана и А. Верховски [3], [4] те же момент-угол многообразия изучались с совершенно другой точки зрения. Там они возникли, как многообразия, задаваемые пересечением вещественных квадрик в $\mathbb{C}^m$, на которых удавалось построить комплексные структуры. Эти пересечения образуют целое семейство неалгебраических комплексных многообразий, включающее в себя такие классические примеры некэлеровых многообразий, как поверхность Хопфа и многообразия Калаби—Экманна. Мы несколько адаптируем конструкцию из работ Меерссмна и Верховски, чтобы связь с торическими многообразиями и конструкцией Кокса стала видна более явно. Такой подход к построению комплексных структур на момент-угол многообразиях поможет нам вычислить их числа Ходжа. Основным инструментом при вычислении чисел Ходжа этих комплексных многообразий будет спектральная последовательность Бореля [5] расслоения $Z_P \to X_P$ слоем которого является тор T^r с фиксированной комплексной структурой (одной из задач в решении которой сам Борель использовал эту спектральную последовательность, была как раз задача вычисления алгебры когомологий Дольбо многообразий Калаби—Экманна)

Литература

1. В.М.Бухштабер, Т.Е.Панов, Торические действия в топологии и комбинаторике, МЦНМО, 2004

2. M. Davis, T. JanuszKiewicz, Convex polytopes, Coxter orbifolds and torus actions, Duke Math. J. p. 417-451, 1991

3. L. Meersseman, A new geometric construction of compact complex manifolds in any dimension, Math. Ann. 317, p. 79-115, 2000

4. L. Meersseman, A. Verjovsky, Holomorphic principal bundles over projective toric varieties, J. reine angew, Math. p. 57-96, 2004

5. A. Borel, A spectral sequence for complex analytic bundles, Appendix 2 to F. Hirzebruch, Topological methods in algebraic geometry, 1966