

Кафедра Высшей геометрии и топологии
В осеннем семестре 2025/2026 учебного года доц. Д. В. Гугнин прочитает полугодовой спецкурс
по выбору кафедры, для студентов 3-6 курса, магистрантов и аспирантов

Введение в теорию n -значных топологических групп и nH -пространств

вторник, 16:45-18:20, ауд. 12-05

первая лекция 16 сентября

Данный спецкурс поддержан фондом "БАЗИС"

Программа курса

1. Базовые определения. Симметрические степени топологических пространств. Ко-сетные и бико-сетные n -значные топологические группы. 2-значная ко-сетная алгебраическая группа на $\mathbb{C}P^1$ (В.М.Бухштабер, 1990). Полная ассоциативность n -значных групп.
2. Конструкция удвоения и ко-сетные 2^{n-1} -значные топологические группы на сferах S^n (Д.В.Гугнин, 2019).
3. Ко-сетные 2^{n-1} -значные группы на $\mathbb{R}P^n$ для нечетных $n > 1$ (Д.В.Гугнин, 2023).
4. Симметрические степени компактных римановых поверхностей. Классическая $(n+1)$ -значная топологическая группа на $\mathbb{C}P^n$ и отображение Абеля-Якоби.
5. Понятие о (практически полной) классификации В.М.Бухштабера-А.П.Веселова-А.А.Гайфуллина инволютивных коммутативных двузначных групп (2022). Теорема А.А.Гайфуллина об автоматической коммутативности инволютивных двузначных групп (2024).
6. Завершение данной классификации (Д.В.Гугнин, 2025).
7. Симметрические степени CW -комплексов: классическое вычисление фундаментальной группы.
8. nH -пространства (Д.В.Гугнин, 2011): определение и первые примеры. Инвариантность относительно ретракций. Равносильность строгой и гомотопической аксиом единицы для счетных CW -комплексов. Гомотопическая инвариантность понятия nH -пространства для счетных CW -комплексов.
9. Понятие n -гомоморфизма градуированно коммутативных алгебр над произвольными полями. Рекурсия Фробениуса. Сумма n -гомоморфизма и m -гомоморфизма есть $(n+m)$ -гомоморфизм (Д.В.Гугнин, 2011).
10. Понятие n -предалгебра Хопфа. Классификация Лере-Хопфа 1-предалгебр Хопфа (= предалгебр Хопфа) над полем нулевой характеристики. Теорема А.Бореля о классификации предалгебр Хопфа конечного типа над совершенными полями положительной характеристики (без доказательства).
11. Теорема о групповом трансфере для симплексиального действия конечной группы G на конечном или счетном симплексиальном комплексе.
12. Рациональное кольцо когомологий для n -ных симметрических степеней $\text{Sym}^n(X)$ счетных CW -комплексов X конечного гомологического типа и Лемма целочисленности Накаоки (1957). Кольцевые гомоморфизмы из $H^*(\text{Sym}^n(X); \mathbb{Q})$ как n -гомоморфизмы из $H^*(X; \mathbb{Q})$. Отсутствие на $\mathbb{C}P^N, N \geq 2$, структуры $2H$ -пространства (Д.В.Гугнин, 2012) и $3H$ -пространства (Е.Н.Прилуцкая, 2024).
13. $n\Delta$ -пространства (Д.В.Гугнин, 2022). Любая надстройка и любая гомологическая сфера являются $2H$ -пространствами (Д.В.Гугнин, 2022).
14. Любой связный конечный CW -комплекс X с условием $H_1(X; \mathbb{Z}) = 0$ есть nH -пространство для всех $n \geq \dim(X)$ (Д.В.Гугнин, 2022).
15. Открытые вопросы теории n -значных топологических групп и nH -пространств.