

## ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО КУРСУ «ТЕОРИЯ ГОМОЛОГИЙ»

ЛЕКТОР: Т. Е. ПАНОВ

1. Симплициальные комплексы и триангуляции.
2. Полусимплициальные комплексы ( $\Delta$ -комплексы).
3. Симплициальные гомологии: определение, примеры вычислений.
4. Сингулярные гомологии: определение, вычисление нульмерных гомологий и гомологий точки.
5. Функториальность и гомотопическая инвариантность сингулярных гомологий.
6. Длинная точная последовательность гомологий цепных комплексов.
7. Относительные группы сингулярных гомологий и точная последовательность пары.
8. Теорема вырезания для сингулярных гомологий.
9. Следствия теоремы вырезания: сведение относительных гомологий к абсолютным, гомологии сферы, изоморфизм надстройки, гомологии букета, топологическая инвариантность размерности.
10. Точная последовательность Майера–Вьеториса для сингулярных гомологий.
11. Эквивалентность симплициальных и сингулярных гомологий.
12. Клеточный цепной комплекс и его гомологии.
13. Описание граничного гомоморфизма в клеточном цепном комплексе. Вычисление клеточных гомологий двумерных поверхностей и проективных пространств.
14. Эйлерова характеристика конечного клеточного пространства.
15. Связь фундаментальной группы и первой группы гомологий (теорема Пуанкаре).
16. Гомологии с коэффициентами и когомологии, их свойства.
17. Коэффициентные точные последовательности для гомологий и когомологий. Гомоморфизмы Бокштейна.
18. Функторы  $\text{Tor}$  и  $\text{Ext}$  для модулей над коммутативным кольцом.
19. Формулы универсальных коэффициентов для гомологий и когомологий с коэффициентами в абелевых группах.
20. Произведение Колмогорова–Александера ( $\smile$ -произведение) на сингулярных коцепях и когомологиях. Кольцо когомологий.
21. Относительные произведения и  $\times$ -произведение в когомологиях пар пространств.
22. Клеточное определение умножения в когомологиях.
23. Формула Кюннета для гомологий и когомологий произведения пространств с коэффициентами в области главных идеалов.
24. Вычисления кольца когомологий для  $n$ -мерного тора и проективных пространств.

25. Топологические и гладкие многообразия. Группы локальных гомологий. Ориентация. Фундаментальный класс.
26. Степень отображения многообразий.
27.  $\sim$ -произведение и определение изоморфизмов двойственности Пуанкаре.
28. Когомологии с компактными носителями: определение и свойства.
29. Двойственность Пуанкаре для когомологий с компактными носителями.
30. Связь двойственности Пуанкаре с умножением в когомологиях. Алгебры Пуанкаре. Сигнатура замкнутого ориентированного многообразия.

Текст лекций:

<http://higeom.math.msu.su/people/taras/teaching/panov-homology.pdf>