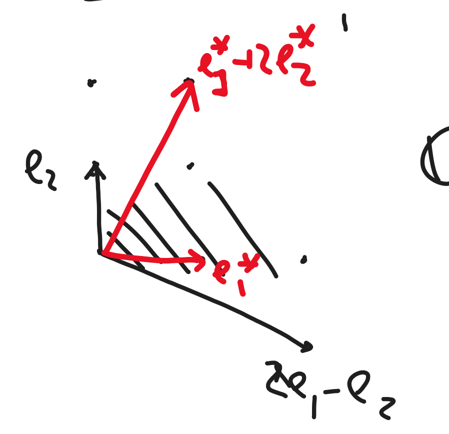
На особом мн-зии не любой дивизор Вейля является дивизором Картье

$\exists\ D = \sum b_i D_i$ $\quad\nexists\ m_\sigma:\ b_i = \langle -m_\sigma, v_i\rangle$

$\sigma = \mathbb{R}_{\geq}\langle 2e_1 - e_2, e_2\rangle$ $\quad \sigma^\vee = \mathbb{R}_{\geq}\langle e_1^*, e_1^* + 2e_2^*\rangle$

S_σ порожд. $e_1^*,\ e_1^*+e_2^*,\ e_1^*+2e_2^*$



$\mathbb{C}[V] = \mathbb{C}[u,v,w]/uw = v^2$ $\quad u = \chi^{e_1^*},\ v = \chi^{e_1^*+e_2^*},\ w = \chi^{e_1^*+2e_2^*}$

V особое

$D = b_1 D_1 + b_2 D_2$ див. Вейля

D_1 соотв. $\sigma_1^1 = \mathbb{R}_{\geq}\langle 2e_1 - e_2\rangle$

D_2 соотв. $\sigma_2^1 = \mathbb{R}_{\geq}\langle e_2\rangle$

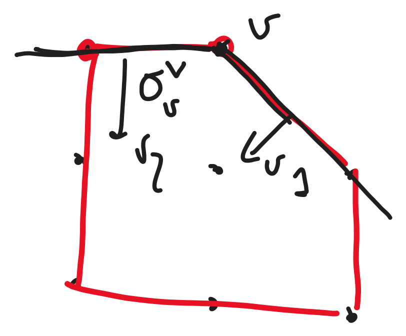
χ^m характер $m = (m_1, m_2)$

$D = \langle m, 2e_1 - e_2\rangle D_1 + \langle m, e_2\rangle D_2 =$

$= (2m_1 - m_2) D_1 + m_2 D_2$

D_1 и D_2 не являются дивизорами Картье

$2D_1$ и $2D_2$ явл. дивизорами Картье



$\Sigma_P \supset \{\sigma_v : v$ - вершина$\}$ макс. конусы

Пусть $D = \sum b_i D_i$ - дивизор Картье на V_Σ

v_i - примитивная образующая i-го 1-мерного конуса

$\exists\ m_\sigma:\ \underbrace{\langle m_\sigma, v_i\rangle}_{\psi(v_i)} = -b_i \quad \forall i \in \sigma^1$

$$H^0(U_\sigma, D) = \mathbb{C}\langle \chi^m :\ \operatorname{Div}\chi^m + D|_{U_\sigma} \geq 0\rangle$$

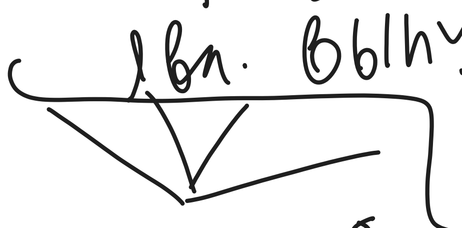
$\sum_{i\in\sigma^1} (\langle m, v_i\rangle + b_i) D_i$ $\qquad \langle m, v_i\rangle + b_i \geq 0,\ i \in \sigma^1$

Предположим, что $\langle m_\sigma, v_i\rangle \geq -b_i$, $\forall i = 1, \dots, m$ $\quad \langle m, v_i\rangle \geq \langle m_\sigma, v_i\rangle$

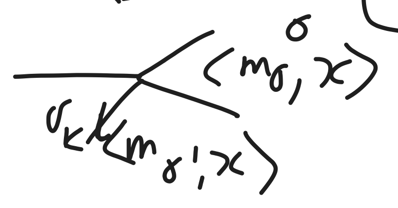
Тогда m_σ задаёт эл-т $H^0(V, D)$, к-рое не обр в нуль на U_σ

$\Rightarrow$ $D = \sum b_i D_i$ без базисных точек

<u>Теорема</u>: дивизор Картье $D = \sum b_i D_i$ с данными $\{m_\sigma\}$ явл. дивизором без базисных точек $\Leftrightarrow$ ф-ция $\psi: N_{\mathbb{R}} \to \mathbb{R}$, $\psi(x) = \langle m_\sigma, x\rangle$ $x \in \sigma$ явл. выпуклой, т.е. $\psi(x+y) \leq \psi(x) + \psi(y)$



D явл. очень обильным $\Leftrightarrow$ ψ строго выпукла, т.е. $\psi(v) > \langle m_\sigma, v\rangle$ при $v \notin \sigma$



$\psi(v_k) = \langle m_\sigma, v_k\rangle = -b_k \leq \langle m_\sigma, v_k\rangle$

В этом случае можно рассмотреть многогранник

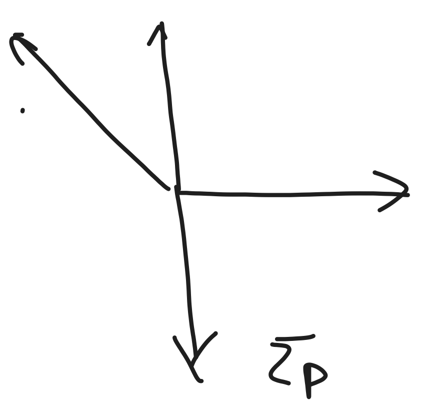
$$P = \{m \in M_{\mathbb{R}} = N_{\mathbb{R}}^* :\ \langle m, v_k\rangle + b_k \geq 0\}$$

$\Sigma_P = \Sigma$ $\qquad \psi_P(x) = \min_{m\in P} \langle m, x\rangle$ $\quad \psi_P: N_{\mathbb{R}} \to \mathbb{R}$

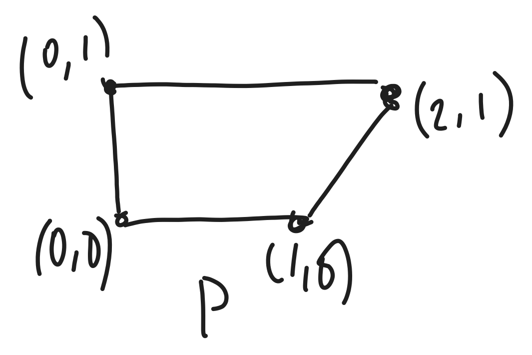
опорная ф-ция мн-ка

$P = \{m \in M_{\mathbb{R}} :\ \langle m, x\rangle \geq \psi_P(x)\quad \forall x \in N_{\mathbb{R}}\}$

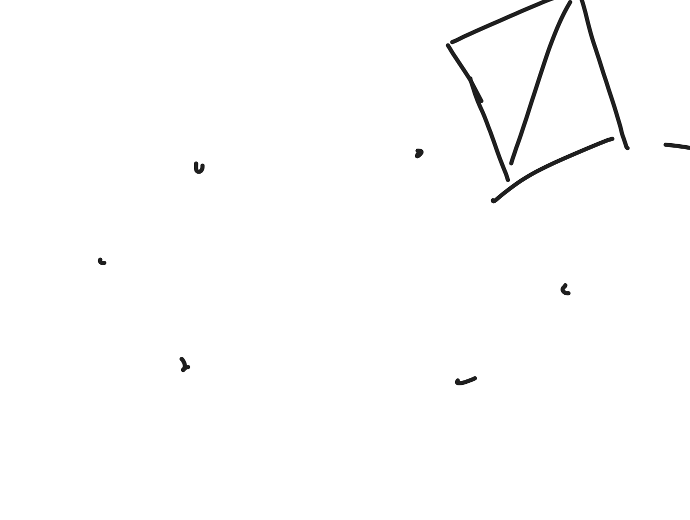
$= \{m \in M_{\mathbb{R}} :\ \langle m, v_k\rangle + b_k \geq 0$, где $b_k = \psi_P(v_k)\}$



Σ_P



пов-ть Хирцебруха



$\nexists$ строго вып. ψ, линейной на конусах этого веера

Гладкое торическое непроективное мн-зие