Пример 1 V_σ аффинное $\quad \sigma$ n-мерный конус

$V_\sigma = V_\Sigma \quad m=n \quad U(\Sigma)=\mathbb{C}^n, \ \Lambda: \mathbb{Z}^n \to N$

$\Lambda(\mathbb{Z}^n) = \mathbb{Z}\langle\lambda_1,\dots,\lambda_n\rangle$

σ неособый $\Leftrightarrow N = \mathbb{Z}\langle \lambda_1,\dots,\lambda_n\rangle$

$G = \mathrm{Ker}\left((\mathbb{C}^\times)^n \to \mathbb{C}^\times_N\right) = N/\Lambda(\mathbb{Z}^n) = \mathrm{Coker}\,\Lambda$

конечная группа

$V_\sigma = \mathbb{C}^n/G = \mathrm{Spec}\,\mathbb{C}[z_1,\dots,z_n]^G$

$\sigma = \mathbb{R}_{\geq}\langle 2e_1-e_2, e_2\rangle \qquad \Lambda = \begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}$

$(\mathbb{C}^\times)^2 \xrightarrow{\Lambda\otimes\mathbb{C}^\times} (\mathbb{C}^\times)^2 \qquad G=\{(1,1),(-1,-1)\}\subset(\mathbb{C}^\times)^2$

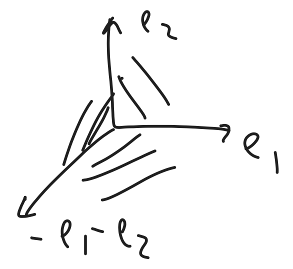
$z_1,z_2 \longmapsto (z_1^2, z_1^{-1}z_2)$

$V_\sigma = \mathrm{Spec}\,\mathbb{C}[z_1,z_2]^G = \mathrm{Spec}\,\mathbb{C}[\overset{u}{z_1^2}, \overset{v}{z_1z_2}, \overset{w}{z_2^2}] = \mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_2$

чётные мн-ны

$uw=v^2$

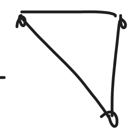
Пример 2:



$U(\Sigma)=\mathbb{C}^3\setminus(z_1=z_2=z_3=0)=\mathbb{C}^3\setminus\{0\}$

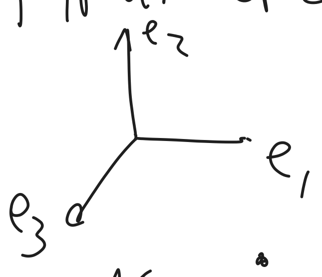
$\Lambda=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&-1\end{pmatrix} \qquad \mathrm{Ker}(\Lambda:\mathbb{Z}^3\to N=\mathbb{Z}^2) = \mathbb{Z}\langle(1,1,1)\rangle$

$G=\mathrm{diag}(\mathbb{C}^\times)^3\cong\mathbb{C}^\times$

$K=$ 

$U(\Sigma)/G = \mathbb{C}^3\setminus\{0\}/\mathbb{C}^\times = \mathbb{CP}^2$

Пример 3



$U(\Sigma)=\mathbb{C}^3\setminus(z_1=z_2=0)\cup(z_1=z_3=0)\cup(z_2=z_3=0)$

$G=\mathrm{diag}(\mathbb{C}^\times)^3\cong\mathbb{C}^\times$

$K=$  : $U(\Sigma)/G=\mathbb{CP}^2\setminus 3$ точки

квазипроективное

$U(\Sigma)$ зависит только от комбинаторики K_Σ

G зависит только от 1-мерных конусов

$\{K, \lambda_1,\dots,\lambda_m\} \rightsquigarrow \Sigma=\{\mathbb{R}_{\geq}\langle\lambda_i : i\in I\in K\rangle\}$

симплиц. комплекс $\qquad \overset{\cap}{N}$

$U(\Sigma)=U(K), \ G \qquad G \curvearrowright U(K)$ почти свободно, если $\{\lambda_i: i\in I\}$ лин. незав. $\forall I\in K$

$\overset{def}{\Leftarrow}$ собственно, если Σ - симплиц. веер

$G\times U(K)\to U(K)\times U(K)$ - собственно

$(g,z)\longmapsto(gz,z)$

$\Downarrow$

$U(K)/G$ хаусдорфово