

ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА ПО КУРСУ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

ЛЕКТОР: Т. Е. ПАНОВ

Часть 1.

1. Линейные пространства и подпространства. Примеры.
2. Линейная зависимость, базис, размерность.
3. Пересечение и сумма подпространств, их размерности.
4. Прямая сумма подпространств, эквивалентные определения. Внешняя прямая сумма.
5. Факторпространство. Размерность факторпространства.
6. Координаты вектора. Закон изменения координат при замене базиса.
7. Линейные отображения и изоморфизмы. Ядро и образ, их размерности.
8. Матрица линейного отображения. Преобразование матрицы линейного отображения при заменах базисов.
9. Двойственное пространство V^* , двойственный базис. Отсутствие изоморфизма $V \cong V^*$ в бесконечномерном случае (пример).
10. Второе двойственное пространство, канонический изоморфизм $V \cong V^{**}$.
11. Сопряжённое линейное отображение, его матрица.

Часть 2.

12. Матрица линейного оператора. Определитель и след оператора. Невырожденные операторы. Группы $GL(n)$ и $SL(n)$.
13. Проекторы, их алгебраическая характеристика.
14. Многочлены от оператора. Минимальный аннулирующий многочлен.
15. Овеществление пространства и оператора.
16. Оператор комплексной структуры. Комплексификация пространства и оператора.
17. Инвариантное подпространство. Ограничение оператора и фактор-оператор. Вид матрицы оператора в соответствующем базисе. Собственные значения, собственные векторы.
18. Характеристический многочлен. Связь размерности собственного подпространства и кратности соответствующего ему корня характеристического многочлена.
19. Теорема о существовании одномерного или двумерного инвариантного подпространства.
20. Теорема Гамильтона–Кэли.
21. Диагонализуемые операторы. Критерий диагонализуемости.
22. Нильпотентные операторы. Нормальный вид.
23. Корневые векторы. Теорема о разложении пространства в прямую сумму корневых подпространств.
24. Жорданова нормальная форма оператора. Теорема Жордана.
25. Вычисление многочленов и функций от матриц при помощи жордановой формы и метода интерполяции.
26. Экспонента линейного оператора (без обоснования сходимости), её свойства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [Ге] И. М. Гельфанд. *Лекции по линейной алгебре*. Москва, «Наука», 1974.
[КМ] А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. *Линейная алгебра и геометрия*. Москва, «Наука», 1986.
[Па] Т. Е. Панов. *Линейная алгебра и геометрия. Курс лекций*.
<http://higeom.math.msu.su/people/taras/teaching/>