КОБОРДИЗМЫ И ДЕЙСТВИЯ КОНЕЧНЫХ ГРУПП В РАБОТАХ Т. Е. ПАНОВА

В работах Т. Е. Панова [5]–[7] методы теории кобордизмов и формальных групп применены к задачам о неподвижных точках действий циклической группы $\mathbb{Z}/p$.

Характеристические классы и кобордизмы многообразий с действием группы $\mathbb{Z}/p$. Действие группы $\mathbb{Z}/p$ на многообразии M называется *простым*, если все связные компоненты множества неподвижных точек имеют тривиальное нормальное расслоение, и *сильно простым*, если более того наборы весов представления в касательных пространствах к неподвижным точкам одинаковы для всех неподвижных подмногообразий одной размерности. В 1964 г. Коннер и Флойд [2] доказали, что класс кобордизмов содержит многообразие с сильно простым действием группы $\mathbb{Z}/p$ тогда и только тогда, когда все его характеристические числа делятся на p. В 1967 г. С. П. Новиковым [3] был развит общий метод решения задач классификации с точностью до кобордизма действий группы $\mathbb{Z}/p$ в терминах теории формальных групп. После этого многие такие задачи были решены С. П. Новиковым и его учениками, в том числе в работе [1] было получено важное продвижение в проблеме описания идеала в кольце кобордизмов, образованного многообразиями с простым действием группы $\mathbb{Z}/p$. Однако сама проблема оставалась нерешённой вплоть до 1998 г., когда Т. Е. Пановым в работе [6] было дано эффективное решение её как в терминах коэффициентов универсальной *формальной группы геометрических кобордизмов*, так и в терминах условий на делимость характеристических чисел.

Роды Хирцебруха многообразий с действием $\mathbb{Z}/p$. Другим тесно связанным с предыдущим результатом Панова являются полученные в [5], [7] формулы для вычисления мультипликативных инвариантов кобордизма — так называемых *родов Хирцебруха* — многообразий с простым действием $\mathbb{Z}/p$ в терминах инвариантов действия (весов локальных представлений в касательных пространствах к неподвижным точкам и классов кобордизма неподвижных подмногообразий). Соответствующая проблема была поставлена в работе Бухштабера и Новикова [1], где она была решена для рода Тодда. В работах Панова, наряду с общими формулами для произвольных родов, подробно исследованы важнейшие случаи: сигнатуры, χ_y-рода, $\hat{A}$-рода, эллиптического рода и других родов, возникающих как индексы комплексов эллиптических операторов. При выводе формул использованы два различных подхода — метод Бухштабера–Новикова, сводящий задачу к вычислению теоретико-числовых следов расширений полей, и метод, основанный на применении теоремы Атьи–Зингера об индексе. Отметим, что сравнение формул, полученных двумя методами, для конкретных действий привело к нетривиальным соотношениям для специальных многочленов (Лежандра, Чебышева), которые возникли здесь как коэффициенты в разложении производных логарифмов соответствующих формальных групп.

Результаты этого цикла работ составили основу кандидатской диссертации Панова, защищённой в 1999 г. Использованные методы и подходы были развиты в последующих работах Панова по *торической топологии*.

Список литературы

[1] В. М. Бухштабер, С. П. Новиков. *Формальные группы, степенные системы и операторы Адамса.* Матем. сборник **84 (126)** (1971), стр. 81–118.

[2] П. Коннер, Э. Флойд. *Гладкие периодические отображения.* Мир, Москва, 1969.

[3] С. П. Новиков. *Методы алгебраической топологии с точки зрения теории кобордизмов.* Изв. АН СССР, серия матем. **31** (1967), стр. 855-951.

[4] С. П. Новиков. *Операторы Адамса и неподвижные точки.* Изв. АН СССР, серия матем. **32** (1968), стр. 1245–1263.

[5] Т. Е. Панов. *Эллиптический род для многообразий с действием группы* $\mathbb{Z}/p$. Успехи мат. наук **52** (1997), вып. 2 (1997), стр. 181–182.

[6] Т. Е. Панов. *Классификация с точностью до кобордизма многообразий, несущих простое действие группы* $\mathbb{Z}/p$. Мат. заметки **63** (1998), вып. 2, стр. 260–268; arXiv:math.AT/9908166.

[7] Т. Е. Панов. *Вычисление родов Хирцебруха многообразий, несущих действие группы* $\mathbb{Z}/p$ *через инварианты действия.* Известия РАН, сер. матем. **62** (1998), вып. 3, стр. 87–120; arXiv:math.AT/9909081.