

проф. О. И. Мохов и доц. С. В. Смирнов  
начинают чтение годового спецкурса

## Введение в теорию интегрируемых систем

Лекции будут проходить по понедельникам в 16:45 в ауд 425. По окончании ремонта лекции будут перенесены в ГЗ!

### Примерный план первого семестра

1. Лагранжев формализм: элементы вариационного исчисления, уравнения Эйлера–Лагранжа, лагранжев подход в ньютоновой механике, вариационная природа геодезических, теорема Нетер, обобщенная вариационная задача с высшими производными.
2. Гамильтонов формализм: уравнения Гамильтона, гамильтоновость лагранжевых систем, скобка Пуассона и первые интегралы.
3. Интегрируемость по Лиувиллю: Теорема Лиувилля, переменные “действие-угол”.
4. Классические примеры: задача Кеплера, волчок Эйлера, волчок Лагранжа, геодезические на трехосном эллипсоиде.
5. Представление Лакса: нахождение первых интегралов, спектральный параметр.
6. Цепочка Тоды: представление Лакса, интегрируемость по Лиувиллю, метод обратной задачи, связь с  $QR$ -алгоритмом.
7. Одевающая цепочка Веселова–Шабата: преобразования Дарбу, представление Лакса, интегрируемость по Лиувиллю, связь с уравнениями Пенлеве.
8. Бигамильтоновы системы: схема Ленарда–Магри.
9. Пуассоновы многообразия: связь с симплектической структурой, теорема Дарбу, симплектические листы, функции Казимира.
10. Интегрируемые дискретные уравнения на квад-графах: трехмерная совместность, представление нулевой кривизны, формулировка классификационной теоремы Адлера–Бобенко–Сурица, постановка задачи Коши.
11. Двумеризованная цепочка Тоды: преобразования Дарбу–Лапласа, инварианты Лапласа, уравнение Лиувилля,  $x$ -интегралы и  $y$ -интегралы, представление Лакса, интегрируемость по Дарбу.

Второй семестр будет посвящен двумерным интегрируемым системам типа уравнения Кортевега–де Фриза. Планируется обсудить следующие сюжеты: представление Лакса для уравнения КдФ, иерархия КдФ, теория рассеяния для одномерного оператора Шредингера с быстро убывающим потенциалом и интегрирование КдФ, многосолитонные решения КдФ, преобразования Бэклунда, преобразование Миуры, скобка Гарднера–Захарова–Фаддеева, бигамильтоновость; асимптотические линии на поверхностях постоянной отрицательной кривизны и уравнение  $\sin$ -Гордон.

Спецкурс рассчитан на студентов 3-го курса. Никаких дополнительных знаний, кроме материала обязательных курсов первых двух лет мехматской программы не потребуются. Первая лекция состоится 17 сентября.