

Геометрия плоского мира, сферического мира и мира Лобачевского

Доц. С. В. Смирнов

1. Евклидова геометрия: неравенство треугольника и прямые как кратчайшие.
2. Изометрии и их свойства, неподвижные точки.
3. Теорема Шаля о классификации движений плоскости. Формулировка теоремы о классификации движений в трехмерном пространстве.
4. Групповые свойства движений. Понятие группы. Инварианты действия группы.
5. Матрицы и операции над ними, определитель (для матриц размера 2 и 3). Матричная запись изометрий плоскости. Ортогональные матрицы и ортогональная группа.
6. Аффинная геометрия: аффинные преобразования плоскости и их свойства. Инварианты действия аффинной группы. Неподвижные точки и инвариантные прямые. Теорема о структуре аффинного преобразования.
7. Модель проективной плоскости, точки и прямые на проективной плоскости. Бесконечно удаленная прямая и теория перспективы. Однородные координаты.
8. Проективные преобразования, их матричная запись.
9. Центральные проектирования и их инварианты. Связь проективных преобразований и центральных проектирований.
10. Геометрия двумерной сферы, кратчайшие, неравенство треугольника. Описание изометрий сферической геометрии.
11. Сферический треугольник, сумма его углов, связь с площадью.
12. Сферические теорема Пифагора, теорема синусов и теорема косинусов.
13. Длина окружности и площадь круга в сферической геометрии. Локальная неизометричность сферической и евклидовой геометрий.
14. Стереографическая проекция и ее свойства. Образы больших кругов.
15. Комплексные числа и операции над ними, модуль и аргумент.
16. Свойства дробно-линейных преобразований комплексной плоскости, группа Мёбиуса.
17. Геометрия на псевдосфере мнимого радиуса и стереографическая проекция. Модель Пуанкаре геометрии Лобачевского в единичном круге. Прямые в геометрии Лобачевского. Расстояния между точками, как логарифм двойного отношения.
18. Модель геометрии Лобачевского в верхней полуплоскости. Формулы для расстояния между точками.
19. Теорема Пифагора, теоремы синусов и косинусов в геометрии Лобачевского.
20. Описание группы изометрий геометрии Лобачевского в верхней полуплоскости.
21. Формулировка теоремы о сумме углов треугольника в геометрии Лобачевского. Формулы для длины окружности и площади круга (без доказательства).