

Аналитическая геометрия 8

Аффинные и изометрические преобразования

1. Построить аффинную классификацию троек несовпадающих прямых на плоскости. 2. Существуют ли аффинные преобразования плоскости, имеющие неподвижные точки, но не имеющие инвариантных прямых? Если да, то сколько неподвижных точек могут иметь такие преобразования?
3. Существуют ли аффинные преобразования плоскости, имеющие инвариантные прямые, но не имеющие неподвижных точек? Если да, то сколько инвариантных прямых могут иметь такие преобразования?
4. Существуют ли аффинные преобразования плоскости, не имеющие ни неподвижных точек, ни инвариантных прямых?
5. Как связана площадь треугольника с площадью его аффинного образа?
6. Доказать, что если аффинное преобразование трехмерного пространства имеет единственную неподвижную точку, то все инвариантные прямые и плоскости через нее проходят.
7. Существуют ли аффинные преобразования трехмерного пространства, имеющие инвариантные плоскости, но не имеющие неподвижных точек и инвариантных прямых? Если да, то сколько инвариантных плоскостей могут иметь такие преобразования?
8. Пусть a , b и c — три попарно скрещивающиеся прямые, не параллельные одной плоскости. Пусть a_1 , b_1 и c_1 — три другие скрещивающиеся прямые, также не параллельные одной плоскости. Доказать, что существует единственное аффинное преобразование, переводящее первую тройку прямых во вторую.
9. Найти все аффинные преобразования, переводящие канонический эллипс в себя.
10. Найти все аффинные преобразования, переводящие каноническую гиперболу в себя.
11. Каким именно изометрическим преобразованием является композиция двух скользящих симметрий относительно непараллельных прямых?
12. Доказать, что любое изометрическое преобразование плоскости представляется в виде композиции конечного числа симметрий.
13. Доказать, что произвольное аффинное преобразование трехмерного пространства можно представить в виде композиции изометрического преобразования и трех сжатий (растяжений) вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений.
14. Описать группу движений единичной сферы.