

Аналитическая геометрия 7

Поверхности второго порядка

1. Запараметризовать тор и доказать, что он является алгебраической поверхностью. Каков ее порядок?
2. Поверхность получена вращением параболы относительно ее директрисы. Является ли эта поверхность алгебраической? Если да, то каков ее порядок?
3. Доказать, что у произвольного эллипсоида есть плоское сечение, являющееся окружностью. Сколько таких сечений?
4. Найти геометрическое место точек, отношение расстояний от которых до двух заданных скрещивающихся прямых постоянно и равно λ .
5. Найти геометрическое место центров плоских сечений эллипсоида, проходящих через заданную точку вне эллипсоида.
6. Доказать, что ортогональная проекция любого плоского сечения параболоида вращения на плоскость, перпендикулярную его оси, является окружностью или прямой.
7. Во что перейдут при стереографической проекции (т.е. при центральной проекции из северного полюса сферы на ее соответствующую экваториальную плоскость) большие круги сферы (т.е. плоские сечения плоскостями, проходящими через центр сферы)? Описать множество кривых, получающихся таким образом.
8. Рассмотрим двуполостный гиперболоид, заданный уравнением $x^2 + y^2 - z^2 = -1$. Пусть π — центральная проекция из точки $(0, 0, -1)$ на плоскость $z = 0$. Во что перейдут плоские сечения его верхней чашки плоскостями, проходящими через начало координат, при такой проекции? Описать множество кривых на плоскости $z = 0$, получаемых таким образом.