

# Аналитическая геометрия 2

## Векторы и комплексные числа

1. Доказать, что сумма векторов, направленных из центра правильного многоугольника к его вершинам, равна нулю.
2. Даны три точки на плоскости. Найти алгебраическую характеристику (т.е. необходимое и достаточное условие, формулируемое на алгебраическом языке) в терминах комплексных чисел, соответствующих этим точкам, того, что они лежат на одной прямой.
3. Даны четыре точки на плоскости, не лежащие на одной прямой. Найти алгебраическую характеристику в терминах комплексных чисел, соответствующих этим точкам, того, что они лежат на одной окружности.
4. На сторонах произвольного треугольника извне построены равносторонние треугольники. Доказать, что их центры также являются вершинами равностороннего треугольника.
5. Доказать, что отображение  $\mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ , задаваемое формулой  $z \mapsto \frac{1}{z}$ , переводит произвольную окружность, не проходящую через начало координат, в окружность.
6. Доказать, что отображение  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , задаваемое формулой  $z \mapsto az + b$ , где  $a, b \in \mathbb{C}$ , *конформно*, т.е. сохраняет углы.