

Аналитическая геометрия 1

Коники и геометрические места

1. Найти какую-нибудь параметризацию канонической гиперболы.
2. Найти параметризацию канонического эллипса рациональными функциями.
3. Найти геометрическое место точек, симметричных фокусу эллипса относительно всевозможных касательных к нему.
4. Найти геометрическое место точек, симметричных фокусу параболы относительно всевозможных касательных к ней.
5. Найти геометрическое место проекций фокуса эллипса на всевозможные касательные к нему.
6. Найти геометрическое место проекций фокуса параболы на всевозможные касательные к ней.
7. Пусть хорда PQ эллипса с фокусом F проходит через этот фокус, а касательные к эллипсу, проведенные в точках P и Q , пересекаются в точке M . Доказать, что отрезки PQ и MF перпендикулярны.
8. Из точки M , находящейся все эллипса, проведены к нему две касательные. Пусть P и Q — точки касания, а F_1 и F_2 — фокусы эллипса. Доказать, что углы F_1MP и F_2MQ равны.
9. Найти геометрическое место точек, из которых эллипс виден под прямым углом.
10. Найти геометрическое место точек, из которых парабола видна под прямым углом.
11. Вокруг эллипса с фокусом F описан $2n$ -угольник, стороны которого попеременно окрашены в черный и белый цвета. Доказать, что сумма углов, под которыми из точки F видны черные стороны, равна π .
12. В выпуклый четырехугольник вписан эллипс, фокусы которого лежат на разных диагоналях четырехугольника. Доказать, что произведения противоположных сторон четырехугольника равны.
13. Пусть прямые, содержащие стороны треугольника, касаются некоторой параболы. Доказать, что ее фокус лежит на окружности, описанной около этого треугольника.
14. По двум пересекающимся прямым с постоянными скоростями движутся материальные точки P и Q . Известно, что точку пересечения прямых они проходят в разное время. Доказать, что прямая PQ всегда касается некоторой фиксированной параболы.