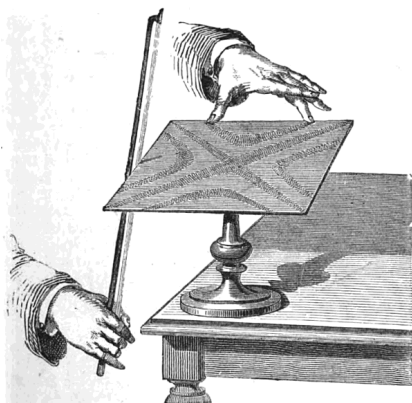


СПЕКТРАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ: СЛЫШАТЬ ФОРМУ, ВИДЕТЬ ЗВУК

“Можно ли услышать форму барабана?” — так называлась статья Марка Каца 1966 года, в которой ставился вопрос о том, до какой степени форма мембраны определяется частотами издаваемых ей звуков. В своей математической форме этот вопрос о связи между геометрией и спектром оператора Лапласа–Бельтрами является предметом изучения спектральной геометрии — активно развивающейся области на стыке дифференциальной геометрии и анализа.



Другой вопрос — о связи между геометрией и собственными функциями — можно неформально сформулировать как “можно ли увидеть звук?”, и он тоже интересен: наберите в поисковике ютьюба “Chladni figures” и вы увидите красивые видео о том, как на квадратной пластине, посыпанной песком, под воздействием звукового генератора песчинки складываются в красивые фигуры — фигуры Хладни. А во времена Хладни это делалось просто смычком (см. картинку).

Один из вопросов спектральной геометрии о геометрической оптимизации собственных значений оператора Лапласа–Бельтрами можно неформально сформулировать так: какая из поверхностей фиксированной площади, диффеоморфная сфере, при ударе издает самый высокий звук? Оказывается, что это стандартная сфера.