

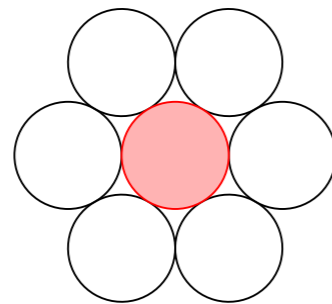
# КОНТАКТНОЕ ЧИСЛО (KISSING NUMBER)

Контактное число  $K_n$  — это наибольшее количество непересекающихся единичных шаров, которые могут касаться одного и того же единичного шара в  $\mathbb{R}^n$ .

$$K_1 = 2$$



$$K_2 = 6$$



Каждый круг “занимает” одну шестую часть центрального.

Известные результаты:

- $K_1 = 2$  и  $K_2 = 6$ ;
- $K_3 = 12$ , Шутте и ван дер Варден (1953);
- $K_4 = 24$ , Мусин (2003);
- $K_8 = 240$  и  $K_{24} = 196560$ , Одлышко и Слоун и, независимо, Левенштейн (1979).

В остальных размерностях получены только верхние и нижние оценки.

$$K_3 = 12 \text{ или } K_3 \geq 13?$$

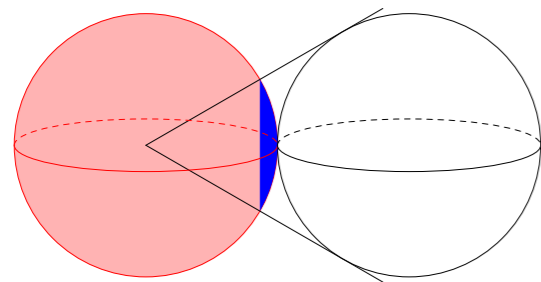
Этот вопрос был в центре дискуссии Исаака Ньютона с Дэвидом Грегори в 1694 году.

То есть теоретически шаров может быть

$$\frac{4}{2 - \sqrt{3}} = 14,92\dots$$

Точное значение  $K_3$  было найдено только в прошлом веке.

Каждый шар занимает  $(2 - \sqrt{3})\pi$  площади поверхности центрального.



Другие задачи, связанные с контактными числами:

- Задача Кеплера: как нужно располагать непересекающиеся единичные шары в  $\mathbb{R}^n$ , чтобы они занимали наибольший объем, то есть образовывали **плотнейшую упаковку**?
  - Решена только при  $n = 2$  и  $n = 3$ .
- Задача Таммеса: единичный шар в  $\mathbb{R}^3$  касается  $N$  одинаковых непересекающихся шаров. Какой может быть их максимальный радиус?
  - Решена только при  $N \leq 13$  и  $N = 24$ .