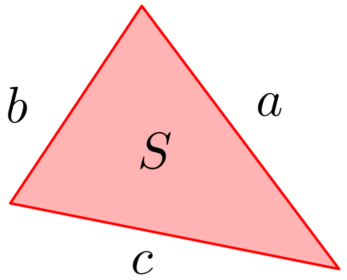
ИЗГИБАЕМЫЕ МНОГОГРАННИКИ И ИХ ОБЪЕМЫ

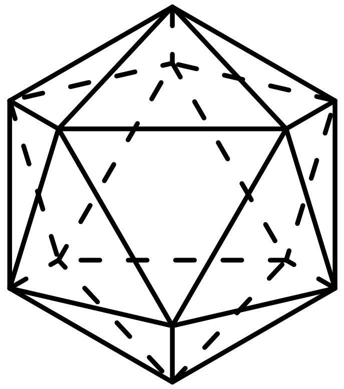
Из курса школьной геометрии всем известна **формула Герона**, которая выражает площадь треугольника через его стороны.



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Теорема Сабитова

В 1996 году И.Х. Сабитов доказал, что для любого трехмерного многогранника P с треугольными гранями существует приведенный многочлен, коэффициенты которого являются многочленами от длин ребер P, и одним из корней которого является объем P.

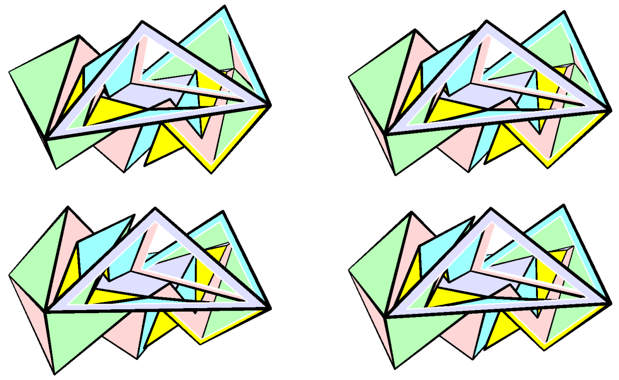


Например, объем тетраэдра выражается через его ребра следующим образом:

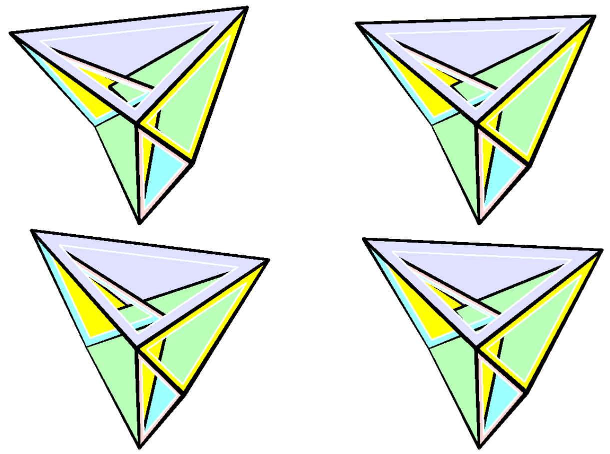
$$144V^2 = (a^2+b^2+c^2+d^2+e^2+f^2)(a^2f^2+b^2e^2+c^2d^2) - 2a^2f^2(a^2+f^2) - 2b^2e^2(b^2+e^2) - \\ - 2c^2d^2(c^2+d^2) - \frac{(a^2+f^2)(b^2+e^2)(c^2+d^2)}{2} + \frac{(a^2-f^2)(b^2-e^2)(c^2-d^2)}{2}$$

Гипотеза о кузнечных мехах

Из теоремы Сабитова следует, что объем изгибаемого многогранника в $\mathbb{R}^3$ не меняется при непрерывном изгибании.



Флексор Коннелли. Первый пример изгибаемого многогранника, построенный в 1977 году.



Многогранник Штеффена. Самый простой из известных изгибаемых многогранников.

Иллюстрации М. Панова для брошюры И.Х. Сабитова “Объемы многогранников”.
Источник: `http://kvant.info/panov/izgib/izgib.html`

В 2012 году А.А. Гайфуллин доказал обобщение теоремы Сабитова для многогранников с треугольными двумерными гранями в евклидовом пространстве произвольной размерности.