

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Теория кобордизмов

чл.-корр. РАН В. М. Бухштабер, проф. Т. Е. Панов, к.ф.-м.н. Н. Ю. Ероховец

Теория кобордизмов - это один из самых важных и глубоких разделов алгебраической топологии. Эта теория пережила взрывное развитие в 1960-е годы. Мы изложим основные факты, конструкции и результаты теории бордизмов и кобордизмов, уделяя особое внимание комплексным (ко)бордизмам.

Теория формальных групп изначально возникла в алгебраической геометрии и играет важную роль в теории чисел. В пионерской работе С.П.Новикова 1967 г. техника формальных групп была привлечена к решению задач теории кобордизмов, что привело к фундаментальным результатам в школе Новикова и за рубежом. Основным инструментом является так называемая формальная группа геометрических кобордизмов. Первые результаты включали элегантное обобщение результатов Коннера и Флойда о действиях конечных групп на многообразиях и, в частности, вычисление комплексных кобордизмов классифицирующих пространств этих групп. Затем последовал важный результат Квиллена о том, что формальная группа геометрических кобордизмов является универсальной формальной группой, введённой и описанной Лазаром в 1954 г. Дальнейшие применения включают построение комплексно ориентированных теорий когомологий, таких как К-теории Моравы и эллиптические когомологии, а также приложения к родам Хирцебруха, которые представляют собой одни из важнейших инвариантов гладких многообразий.

Продолжительность: 1 семестр, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Бордизм многообразий.
2. Пространства Тома. Конструкция Понтрягина-Тома.
3. Функторы бордизма и кобордизма, построение неориентированных бордизмов как обобщённой теории гомологий.
4. Ориентированные и комплексные бордизмы. Геометрический и гомотопический подходы.
5. Спаривание и произведения в (ко)бордизмах. Гомоморфизм Гизина.
6. Характеристические классы.
7. Характеристические числа.
8. Когомологические операции. Стабильные операции.
9. Алгебра Стиррода. Формула Картана и соотношения Адема.
10. Вычисление кольца неориентированных бордизмов (теорема Тома).
11. Вычисление кольца комплексных бордизмов (теорема Милнора-Новикова).
12. Элементы теории формальных групп.
13. Формальная группа геометрических кобордизмов.
14. Роды Хирцебруха (комплексный случай).

15. Теорема Ландвебера о точном функторе.

16. Роды Хирцебруха (ориентированный случай). Род Кричевера.