

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Группы классов отображений и их подгруппы

проф. А. А. Гайфуллин

Группа классов отображений ориентируемой двумерной поверхности S_g — это факторгруппа $\text{Mod}(S_g)$ группы сохраняющих ориентацию гомеоморфизмов поверхности на себя по подгруппе всех гомеоморфизмов, изотопных тождественному. Теория групп классов отображений замечательна тем, что она тесно связана с очень разными областями математики, в числе которых геометрия плоскости Лобачевского, группы кос, теория пространств модулей алгебраических кривых, трёхмерная топология, динамические системы, арифметические группы и многое другое. В рамках спецкурса я постараюсь сосредоточиться на некоторых комбинаторных и гомологических свойствах групп классов отображений и их подгрупп (важнейшей из которых является подгруппа Торелли \mathcal{I}_g , состоящая из всех классов гомеоморфизмов, тривиально действующих на одномерных гомологиях поверхности), а также на их связях с инвариантами Рохлина и Кассона трёхмерных гомологических сфер.

Продолжительность: 1 семестр, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Простые замкнутые кривые на поверхностях. Алгебраический и геометрический индексы пересечения.
2. Приведение простых замкнутых кривых в минимальное положение. Критерий нахождения двух кривых в минимальном положении.
3. Равносильность гомотопности и изотопности простых замкнутых кривых.
4. Гиперболические структуры на поверхностях отрицательных эйлеровых характеристик. Геодезические представители классов изотопии простых замкнутых кривых.
5. Теорема Дена–Нильсена–Бэра о связи группы классов отображений и группы внешних автоморфизмов фундаментальной группы поверхности.
6. МММ-классы (классы Мамфорда–Миллера–Мориты) в когомологиях групп классов отображений.
7. Действия групп классов отображений и их подгрупп на клеточных комплексах имеющих геометрическое происхождение: комплексе кривых, комплексе циклов и т. д.
8. Порождающие групп классов отображений и групп Торелли.
9. Инвариант Рохлина трёхмерных гомологических сфер и гомоморфизмы Бирман–Крэггса $\mathcal{I}_g \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
10. Гомоморфизм Джонсона и строение абелизации группы Торелли.