

# КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

## Маломерная топология

проф. И. А. Дынников

В курсе обсуждается теория трехмерных и четырехмерных компактных многообразий. Рассматриваются различные способы их представления и наиболее важные свойства, не имеющие аналогов для многообразий высших размерностей. Излагаются конструкции важнейших топологических инвариантов и вопросы классификации.

Курс предполагает знакомство с основами дифференциальной топологии и элементами алгебраической топологии, включая понятия гладкого многообразия, гомологий и гомотопических групп.

Продолжительность: 2 семестра, форма отчетности: экзамен.

### Программа курса

1. Топологические, кусочно-линейные и гладкие многообразия. Соотношения между ними в размерностях 3 и 4.
2. Диаграммы Хегора. Стабильная эквивалентность диаграмм Хегора.
3. Параллелизуемость ориентируемых трехмерных многообразий.
4. Линзовые пространства. Примеры гомотопически эквивалентных, но не гомеоморфных линз. Кручение Райдемайстера.
5. Группа классов отображений (гомотопий) поверхности. Скручивания Дэна на поверхности.
6. Скручивания Дэна в трехмерных многообразиях. Представления трехмерных многообразий с помощью оснащенных зацеплений в  $S^3$ .
7. Исчисление Кирби. Трехмерные многообразия как границы четырехмерных.
8. Разветвленные накрытия. Универсальные зацепления.
9. Лемма Дэна. Теорема о сфере.
10. Теорема Папакирьякопулоса. Дополнения к неразводимым зацеплениям — пространства Эйленберга–Маклейна.
11. Формулировка теоремы Вальдхаузена. Однозначность определения зацепления по фундаментальной группе с оснащением.
12. Многообразия Зейферта. Гомологические сферы. Сфера Пуанкаре.
13. Конструкция Уайтхеда пространства, гомотопически эквивалентного, но не гомеоморфного  $\mathbb{R}^3$ . Гипотеза Пуанкаре.
14. Инстантоны. Когомологии Флоэра.
15. Инвариант Кассона.
16. Многообразия Хакена.

17. Геометризация трехмерных многообразий.
18. Сигнатура четырехмерных многообразий. Теорема Ролина.
19. Гомологические трехмерные сферы. Инвариант Ролина.
20. Группа трехмерных гомологических кобордизмов.
21. Формулировка теоремы Фридмана. Теорема Дональдсона.