

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Теория узлов

проф. И. А. Дынников

В курсе излагаются основные задачи и подходы в теории узлов. Рассматриваются способы задания зацеплений и связи между ними, разнообразные методы построения топологических инвариантов, излагаются известные решения классификационных задач и построение алгоритмов.

Курс предполагает знакомство с элементами топологии и курсами алгебры и линейной алгебры в объеме обязательной программы.

Продолжительность: 2 семестра, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Узел, зацепление. Изотопия. Ручные и дикие узлы. Гладкий и кусочно-линейный подходы. Ориентированные узлы и зацепления.
2. Диаграмма узла. Теорема Райдемайстера. Понятие инварианта. Примеры: число раскрасок, коэффициент зацепления. Зацепления Хопфа и Уайтхеда, кольца Борромео.
3. Классификация двуместных узлов. Линзовые пространства.
4. Классификация альтернированных узлов.
5. Многочлен Джонса. Скобка Кауффмана.
6. Скейн-соотношения. Многочлен Александера–Конвея. Многочлены HOMFLY и Кауффмана. Узлы-мутанты.
7. Фундаментальная группа зацепления. Задание Виртингера.
8. Первая группа гомологий дополнения к зацеплению. Универсальное абелево накрытие над дополнением.
9. Гомологии с локальными коэффициентами. Многочлен Александера от многих переменных.
10. Поверхности Зейферта. Род узла. Вычисление многочлена Александера через матрицу Зейферта.
11. Связная сумма узлов. Единственность разложения на простые.
12. Группа кос. Задание образующими и соотношениями. Представление в виде фундаментальной группы пространства многочленов без кратных корней. Действие на свободной группе. Проблема тождества в группе кос.
13. Замкнутые косы. Теоремы Александера и Маркова. Фундаментальная группа замкнутой косы.
14. Линейные представления группы кос. Представление Бюрау. Уравнение Янга–Бакстера. Связь с многочленом Джонса.
15. Оснащенные R -матрицы и “квантовогрупповые” инварианты. Категория плетений (связок). Оснащенные R -матрицы для многочленов Джонса и Кауффмана.

16. Инварианты конечного порядка (инварианты Васильева). Примеры: многочлены HOMFLY, Кауффмана, Александера (от многих переменных), коэффициент зацепления. Системы весов.
17. Алгебра Хопфа хордовых диаграмм. Теорема Лерэ. Примитивные элементы алгебры хордовых диаграмм.
18. Связность Книжника–Замолодчикова
19. Интеграл Концевича. Построение инвариантов конечного порядка по представлениям полупростых алгебр Ли.
20. Понятие категорификации. Гомологии Хованова.
21. Инвариант Расмуссена. Связь с четырехмерным срезанным родом.
22. Алгоритм Артина решения проблемы тождества в группе кос.
23. Алгоритмы Гарсайда для решения проблемы тождества и проблемы сопряженности в группе кос. Фундаментальная коса. Центр группы кос.
24. Жадные нормальные формы и автоматные структуры на группах кос.
25. Левоинвариантное упорядочение Дюорнуа в группе кос. Алгоритм Дюорнуа сокращения ручек.
26. Действие группы кос на ламинациях. Квадратичный алгоритм для определения порядка.
27. Прямоугольные диаграммы зацеплений и дуговые представления. Трюки Бенекена. Метод Бирман–Менэско.
28. Алгоритм Дынникова монотонного упрощения прямоугольных диаграмм тривиального узла.
29. Связь прямоугольных диаграмм с лежандровыми узлами.
30. Триангуляции и разбиения на ручки трехмерных многообразий.
31. Нормальные поверхности. Фундаментальные поверхности. Метод Хакена.
32. Алгоритм Хакена вычисления рода узла и определения разводимости зацепления.
33. Алгоритм Шуберта для разложения зацепления на простые.
34. Принадлежность задачи распознавания тривиального узла классу NP.