

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Теория узлов

проф. И. А. Дынников

В курсе излагаются основы теории узлов. Рассматриваются способы задания зацеплений, классические методы построения топологических инвариантов, таких как многочлены Александера, Джонса и Кауффмана, «квантовогрупповых» инвариантов.

Курс предполагает знакомство с элементами топологии и курсами алгебры и линейной алгебры в объеме обязательной программы.

Продолжительность: 1 семестр, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Узел, зацепление. Изотопия. Ручные и дикие узлы. Гладкий и кусочно-линейный подходы. Ориентированные узлы и зацепления.
2. Диаграмма узла. Теорема Райдемайстера. Понятие инварианта. Примеры: число раскрасок, коэффициент зацепления. Зацепления Хопфа и Уайтхеда, кольца Борромео.
3. Многочлен Джонса. Скобка Кауффмана.
4. Скейн-соотношения. Многочлен Александера–Конвея. Многочлены HOMFLY и Кауффмана. Узлы-мутанты.
5. Фундаментальная группа зацепления. Задание Виртингера. Первая группа гомологий дополнения к зацеплению. Универсальное абелево накрытие над дополнением. Гомологии с локальными коэффициентами. Многочлен Александера от многих переменных.
6. Поверхности Зейферта. Род узла. Вычисление многочлена Александера через матрицу Зейферта.
7. Связная сумма узлов. Единственность разложения на простые.
8. Группа кос. Задание образующими и соотношениями. Представление в виде фундаментальной группы пространства многочленов без кратных корней. Действие на свободной группе. Проблема тождества в группе кос.
9. Замкнутые косы. Теоремы Александера и Маркова. Фундаментальная группа замкнутой косы.
10. Линейные представления группы кос. Представление Бюрау. Уравнение Янга–Бакстера. Связь с многочленом Джонса.
11. Оснащенные R -матрицы и “квантовогрупповые” инварианты. Категория плетений (связок). Оснащенные R -матрицы для многочленов Джонса и Кауффмана.
12. Инварианты конечного порядка (инварианты Васильева). Примеры: многочлены HOMFLY, Кауффмана, Александера (от многих переменных), коэффициент зацепления. Системы весов.
13. Алгебра Хопфа хордовых диаграмм. Теорема Лерэ. Примитивные элементы алгебры хордовых диаграмм.

14. Связность Книжника–Замолодчикова

15. Интеграл Концевича. Построение инвариантов конечного порядка по представлениям полупростых алгебр Ли.