

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Геометрия пространств постоянной кривизны

проф. А. А. Гайфуллин

Спецкурс посвящён геометрии неевклидовых пространств постоянной кривизны: сфер и пространств Лобачевского. Основные темы спецкурса: модели пространств Лобачевского, группы движений пространств постоянной кривизны, неевклидовы многогранники и их объёмы, дифференциальная геометрия в пространствах постоянной кривизны.

Продолжительность: 2 семестра, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Понятие пространства постоянной кривизны. Транзитивность действия группы движений пространства постоянной кривизны на ортонормированных реперах касательных векторов.
2. Вид метрики постоянной кривизны в нормальных координатах. Единственность с точностью до изометрии пространства заданной постоянной кривизны данной размерности.
3. Векторная модель плоскости Лобачевского.
4. Проективная модель плоскости Лобачевского в диске (модель Бельтрами–Клейна). Формула для расстояния между точками в проективной модели.
5. Конформная модель плоскости Лобачевского в диске. Формула для расстояния между точками в конформной модели.
6. Модель плоскости Лобачевского в верхней полуплоскости.
7. Отображение единичного диска в себя, связывающее конформную и проективную модели плоскости Лобачевского.
8. Римановы метрики плоскости Лобачевского в разных моделях.
9. Многомерные пространства Лобачевского. Их модели.
10. Группа движений плоскости Лобачевского. Ее реализация как группы проективных преобразований плоскости, оставляющих на месте окружность и как группы конформных преобразований диска.
11. Эллиптические, параболические и гиперболические движения плоскости Лобачевского. Их неподвижные точки и инвариантные прямые.
12. Окружности, орициклы и эквидистанты на плоскости Лобачевского.
13. Сферические и гиперболические теоремы синусов и косинусов.
14. Площадь многоугольника на сфере или плоскости Лобачевского и угловой дефект. Связь с теоремой Гаусса–Бонне.
15. Объёмы многогранников в пространствах постоянной кривизны. Формула Шлефли.
16. Функция Лобачевского. Формула для объёма идеального тетраэдра в пространстве Лобачевского.
17. Геометрии, реализуемые на стандартных поверхностях: сферах, орициклах и эквидистантах — в пространстве Лобачевского.