КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Теоретико-полевые интегрируемые системы

проф. О. И. Мохов, доц. С. В. Смирнов

Курс посвящена изучению некоторых бесконечномерных интегрируемых систем. Изучается теория рассеяния для одномерного оператора Шредингера с быстро убывающим потенциалом и на примере уравнения Кортевега-де Фриза рассматривается схема интегрирования эволюционных уравнений методом обратной задачи рассеяния. Рассматриваются теоретико-полевые скобки Пуассона и бигамильтонова теория уравнения КдФ. В конце курса рассматриваются различные гиперболические уравнения: в частности, обсуждается уравнение sin-Гордон и его связь с дифференциальной геометрией, изучаются интегрируемые по Дарбу гиперболические системы типа двумеризованной цепочки Тоды.

Продолжительность: 1 семестр, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Изоспектральные деформации оператора Шредингера и уравнение Кортевега-де Фриза (КдФ). Односолитонное решение КдФ.

2. Подход Гельфанда–Дикого: псевдодифференциальные операторы и извлечение квадратного корня из оператора Шредингера. Иерархия КдФ.

3. Элементы теории рассеяния для одномерного оператора Шредингера с быстро убывающим потенциалом.

4. Интегрирование КдФ методом обратной задачи рассеяния: уравнение Гельфанда–Левитана–Марченко, уравнения Гарднера–Грина–Крускала–Миуры.

5. Безотражательные потенциалы и многосолитонные решения КдФ. Взаимодействие солитонов. Асимптотика решений КдФ.

6. Модифицированное уравнение КдФ, преобразование Миуры. Преобразования Бэклунда для КдФ. Метод Хироты.

7. Скобка Гарднера–Захарова–Фаддеева. Гамильтонова структура КдФ, бигамильтоновость.

8. Полиномиальные интегралы движения, полная интегрируемость КдФ.

9. Асимптотические линиии на поверхностях постоянной отрицательной кривизны и уравнение sin-Гордон.

10. Гиперболические уравнения, явное решение уравнения Лиувилля. Преобразования Дарбу-Лапласа, инварианты Лапласа, ряд Лапласа. Интегрируемость по Дарбу.

11. Двумеризованная цепочка Тоды: представление Лакса, x-интегралы, y-интегралы. Системы экспоненциального типа. Характеристическая алгебра.