

# КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Обязательный курс

## Дифференциальная геометрия и топология

проф. С. М. Гусейн-Заде

В курсе обсуждаются следующие вопросы: гладкие многообразия и подмногообразия, касательное пространство, тензорные поля на многообразиях, дифференциальные формы на многообразиях и формула Стокса, степень отображения, когомологии де-Рама и их свойства, ковариантное дифференцирование на многообразии, аффинные связности, параллельный перенос и геодезические на многообразии, тензор кривизны и его свойства.

Продолжительность: 1 семестр (4 часа в неделю), форма отчетности: экзамен.

### Программа курса

1. Теорема о неявных функциях (формулировка), теорема об обратном отображении, теорема "об образе".
2. Подмногообразия областей евклидова пространства: задание уравнениями и параметризацией.
3. Гладкие многообразия, гладкие отображения, подмногообразия.
4. Касательные вектора (различные определения), дифференциал отображения.
5. Касательные пространства, пространство касательного расслоения.
6. Ковекторы на многообразии, кокасательные пространства, тензоры на многообразии.
7. Операции с тензорами.
8. Разбиение единицы, приложения, теоремы о продолжении.
9. Ориентированные многообразия, многообразия с краем, ориентация края.
10. Кососимметрические тензоры типа  $(0, k)$  (дифференциальные формы) и интегрирование.
11. Дифференциал формы, его свойства.
12. Формула Стокса.
13. Степень отображения.
14. Гомотопия, гомотопическая эквивалентность.
15. Когомологии де Рама, их поведение при отображениях.
16. Теорема о гомотопической инвариантности когомологий де Рама.
17. Риманова метрика на многообразии. Операции с тензорами на римановом многообразии (поднимание и опускание индексов).
18. Форма объема на римановом многообразии.
19. Ковариантное дифференцирование векторного поля на подмногообразии евклидова пространства. Общее понятие аффинной связности.

20. Коэффициенты связности. Преобразование коэффициентов связности при замене координат.
21. Аффинная связность на многообразии. Дифференцирование ковекторных и тензорных полей. Симметричная связность.
22. Аффинная связность, согласованная с римановой метрикой. Существование и единственность аффинной связности, согласованной с метрикой.
23. Параллельный перенос векторов и тензоров вдоль кривых на многообразии. Геодезические. Уравнение геодезических.
24. Экспоненциальное отображение. Единственность "коротких" геодезических.
25. Тензор кривизны. Его свойства.