

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Характеристические классы

проф. В. М. Бухштабер, проф. А. А. Гайфуллин, проф. Т. Е. Панов

Гладкие многообразия и векторные расслоения — центральные объекты современной топологии. Эти объекты представляют самостоятельный интерес в рамках алгебраической топологии. В то же время на их основе строятся важные методы решения задач, приходящих из других областей математики и физики. Характеристические классы и кохомологические операции, которым посвящён спецкурс, являются важнейшими инструментами изучения многообразий и расслоений.

Основы теорий характеристических классов и кохомологических операций были заложены в работах Е. Штифеля, Х. Уитни, Л. С. Понтрягина и Н. Стинрода, направленных на решения задач об особенностях векторных полей на многообразиях, о препятствиях к построению сечений расслоений и к продолжению отображений, о гомотопических инвариантах непрерывных отображений.

Продолжительность: 1 семестр, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Векторные расслоения. Классифицирующие пространства. Многообразия Грассмана.
2. Принцип расщепления. Классы Штифеля–Уитни и Черна. Классы Понтрягина.
3. Классические задачи алгебраической топологии, в которых применяются характеристические классы: векторные поля на сферах и проективных пространствах, алгебры с делением, отображения с инвариантом Хопфа 1.
4. Кольцо кохомологий проективизации векторного расслоения. Построение классов Штифеля–Уитни и Черна при помощи конструкции Коннера–Флойда.
5. Клеточные разбиения многообразий Грассмана.
6. Вычисление колец целочисленных кохомологий комплексных многообразий Грассмана и колец кохомологий вещественных многообразий Грассмана с коэффициентами в $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ и $\mathbb{Z}[1/2]$.
7. Операции Стинрода. Формулы Тома и Ву.