

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

Характеристические классы и кохомологические операции

чл.-корр. РАН В. М. Бухштабер, проф. Т. Е. Панов, проф. А. А. Гафуллин

Гладкие многообразия и векторные расслоения - центральные объекты современной топологии. Эти объекты представляют самостоятельный интерес в рамках алгебраической топологии. В то же время на их основе строятся важные методы решения задач, приходящих из других областей математики и физики. Характеристические классы и кохомологические операции, которым посвящён спецкурс, являются важнейшими инструментами изучения многообразий и расслоений.

Основы теорий характеристических классов и кохомологических операций были заложены в работах Е. Штифеля, Х. Уитни, Л.С. Понтрягина и Н. Стинрода, направленных на решения задач об особенностях векторных полей на многообразиях, о препятствиях к построению сечений расслоений и к продолжению отображений, о гомотопических инвариантах непрерывных отображений. Новый этап для этих теорий связан с введением обобщённых теорий кохомологий, в первую очередь К-теории и теории комплексных кобордизмов. Современная теория характеристических классов и кохомологических операций обеспечивает тесную связь алгебраической топологии с теорией действий групп на многообразиях, алгебраической геометрией, функциональным анализом, теорией представлений, теорией дифференциальных уравнений и теоретической физикой. Эта связь во многом опирается на геометрические и дифференциально-геометрические конструкции, которые будут в центре внимания данного спецкурса.

Продолжительность: 2 семестра, форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Векторные расслоения.
2. Операции над векторными расслоениями.
3. Характеристические классы векторных расслоений.
4. Определение характеристических классов через препятствия.
5. Классифицирующие пространства, классификация векторных расслоений.
6. Кохомологии классифицирующих пространств.
7. Универсальные характеристические классы.
8. Аксиоматический подход к определению характеристических классов.
9. Кохомологические операции.
10. Квадраты Стинрода.
11. Структура алгебры Стинрода.
12. Кольцо кобордизмов и операции Ландвебера-Новикова.