

# КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

## $C^*$ -алгебры и $K$ -теория

проф. В. М. Мануйлов, проф. Е. В. Троицкий

Курс посвящен общей теории  $C^*$ -алгебр. Дается определение  $C^*$ -алгебр, рассматривается ряд важных примеров. Обсуждается спектр элементов, операция присоединения единицы. Отдельно рассматривается случай коммутативных  $C^*$ -алгебр и преобразование Гельфанда, а также непрерывное функциональное исчисление для нормальных элементов. Доказывается существование аппроксимативных единиц и показывается их роль при исследовании идеалов и фактор-алгебр. Обсуждаются положительные функционалы и представления  $C^*$ -алгебр, ГНС-конструкция, и доказывается теорема Гельфанда-Наймарка о реализации  $C^*$ -алгебр операторами. Рассматривается конструкция мультипликаторов.

Продолжительность: 1 семестр, форма отчетности: экзамен.

### Программа курса

1.  $C^*$ -алгебры. Основные свойства.
2. Присоединение единицы к  $C^*$ -алгебре.
3. Спектр элемента  $C^*$ -алгебры, его свойства.
4. Коммутативные  $C^*$ -алгебры. Пространство максимальных идеалов. Преобразование Гельфанда.
5. Теорема Гельфанда о коммутативных  $C^*$ -алгебрах.
6.  $C^*$ -алгебра, порожденная нормальным элементом. Функциональное исчисление для нормальных элементов.
7. Положительные элементы, их свойства.
8. Аппроксимативные единицы, их существование.
9. Идеалы, фактор-алгебры, наследственные подалгебры.
10. Автоматическая непрерывность  $*$ -гомоморфизмов.
11. Положительные функционалы, состояния.
12. ГНС-конструкция.
13. Теорема Гельфанда-Наймарка о представимости  $C^*$ -алгебр.
14.  $C^*$ -алгебры компактных операторов.
15. Мультипликаторы и централизаторы. Алгебра мультипликаторов.
16. Конечномерные  $C^*$ -алгебры, их представления.
17. Аппроксимативно конечные  $C^*$ -алгебры, диаграммы Браттели.
18.  $C^*$ -алгебры иррационального вращения
19. Алгебры фон Неймана. Теорема о бикоммутанте.