

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Курс ЕНС

Прикладные проблемы геометрии

проф. П. Г. Гриневич

В курсе обсуждаются следующие вопросы: ньютонизм, лагранжизм и гамильтонов формализм классической механики, симплектические и пуассоновы многообразия, скобки Пуассона на алгебрах Ли, теорема Дарбу, полевые скобки Пуассона, бигамильтоновы системы, скобки Пуассона гидродинамического типа.

Продолжительность: 1 семестр (2 часа в неделю), форма отчетности: экзамен.

Программа курса

1. Ньютонизм и лагранжизм формализм классической механики.
2. Гамильтонов формализм классической механики. Скобка Пуассона. Тождество Якоби.
3. Два подхода к гамильтонову формализму – симплектические многообразия и пуассоновы многообразия. Примеры пуассоновых структур. Симплектические листы. Операторы Казимира.
4. Скобка Ли-Костанта-Березина-Кириллова на двойственном пространстве к алгебре Ли.
5. Скобка Пуассона на $so(3)^*$. Ее Казимиры.
6. Теорема Дарбу о нормальной форме симплектической структуры.
7. Вариационная производная. Канонические полевые скобки Пуассона.
8. Локальные гамильтонианы и локальные скобки Пуассона.
9. Полевые скобки Пуассона для функций, принимающих значения в пуассоновом многообразии.
10. Локальные скобки Пуассона с постоянными коэффициентами.
11. Гамильтоновость уравнения Кортевега-де Фриза.
12. Скобка Ленарда-Магри. Доказательство тождества Якоби.
13. Скобка Ленарда-Магри как скобка Ли-Костанта-Березина-Кириллова на алгебре Вирасоро.
14. Понятие бигамильтоновой системы. KdV как бигамильтонова система.
15. Гамильтоновость уравнений Эйлера невязкой несжимаемой жидкости.
16. Скобки Пуассона гидродинамического типа в смысле Дубровина-Новикова.